PHYSIKALISCHE ZEITSCHRIFT

No. 10. 15. Mai 1909. Redaktionsschluß für No. 11 am 22. Mai 1909. 10. Jahrgang.

INHALT.

Originalmitteilungen:

A. R. Colley, Über die Anordnungen der Methode der Drahtwellen für Zwecke der Untersuchung der Dispersion im elektrischen Spektrum von Flüssigkeiten. S. 329.

A. H. Pfund, Die elektrischen und optischen Eigenschaften des metallischen Selens. S. 340.

H. Ebert, Registrierung der dem Erdboden entquellenden Emanationsmengen. S. 346.

St. Landau, Zur experimentellen Prüfung der Abbeschen Lehre von der mikroskopischen Bilderzeugung. S. 351.

M. Reinganum, Gesichtspunkte für ein Strahlungsgesetz. I. S. 351.

M. Reinganum, Ist die innere Strahlung an der Wärmeleitung eines Metalles wesentlich beteiligt? S. 355.

F. Cohen, Zur kinetischen Gastheorie. S. 359.

Besprechungen:

G. F. C. Searle, Experimentelle Elastizität. S. 359.

E. Stöckhardt, Lehrbuch der Elektrotechnik. S. 360.

H. Schmidt, Die Projektion photographischer Aufnahmen. S. 360.

F. Natalis, Die selbsttätige Regulierung der elektrischen Generatoren. S. 360.

Personalien. S. 360.

Gesuche. S. 360.

ORIGINALMITTEILUNGEN.

Über die Anordnungen der Methode der Drahtwellen für Zwecke der Untersuchung der Dispersion im elektrischen Spektrum von Flüssigkeiten.

Von A. R. Colley[1]).

Von allen Methoden der Messung des elektrischen Brechungsindex ist die Methode der Drahtwellen, die in den Arbeiten von Lecher, Cohn und hauptsächlich in den späteren Arbeiten von Drude ausgearbeitet wurde, die vollkommenste. Diese Methode, deren Prinzip und Einzelheiten in den grundlegenden Arbeiten von Drude[2]) dargestellt waren, wurde auch zur Grundlage dieser Untersuchung genommen. Für das Ziel der genauen und bequemen Untersuchung der Dispersion muß die Methode möglichst folgenden Bedingungen genügen:

1. Die Schwingungsperiode, für welche die Messung des Brechungsindex gemacht wird, soll streng bestimmt und streng meßbar sein; sie soll sich auch nicht merklich bei äußeren und zufälligen Ursachen ändern.
2. Die Methode soll die Möglichkeit geben, den Brechungsindex möglichst genau (z. B. bis zu 0,1 Proz.) messen zu können, dabei soll der Einfluß sowohl zufälliger als auch systematischer Fehler in bestimmter Weise erkannt werden.
3. Die Anordnung der Methode soll eine solche sein, daß man in den Drähten bequem und schnell eine beliebige Wellenlänge in den Grenzen des zu untersuchenden Spektrums bekommen könne.

Damit man den hier erwähnten Bedingungen genüge und insbesondere der Bedingung 3, war es notwendig, die Drudesche Anordnung abzuändern.

Vorversuche, deren nähere Beschreibung ich unterlasse, wobei manche Abänderungen in der Versuchsanordnung von Drude getroffen waren, wo jedoch, wie auch bei Drude, die induktive Koppelung zwischen dem Vibrator (Blondlotscher Vibrator in der Drudeschen Anordnung) und dem zu erregenden elektrischen System angewandt wurde, haben keine genügenden Resultate gegeben. Eine ganz befriedigende Lösung der gestellten Aufgabe wurde erst dann erreicht, als die Methode der Wellenerregung selber vertauscht wurde, wobei die induktive Koppelung durch eine direkte ersetzt wurde.

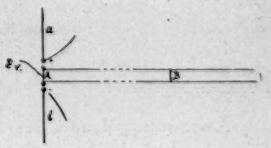


Fig. 1.

Das Prinzip der neuen Anordnung war folgendes: Man stelle sich einen Vibrator vor, der aus drei Teilen besteht; der mittlere Teil A (der Länge nach der kürzeste) ist zur Erde abgeleitet (Fig. 1). Die zwei seitlichen a und b werden vom Induktorium geladen. Bei der Bedingung, daß die zwei äußeren Teile sich gleichzeitig in den mittleren entladen, entstehen im Vibrator Schwingungen, deren Periode durch seine ganze Länge bestimmt ist.

Um so einen Vibrator mit einem anderen System direkt zu koppeln, genügt es, einen Teil der Länge des Vibrators — seinen mittleren Teil — zu einem Teile der Länge des Systems AB zu machen. Durch das Entstehen der Schwingungen im Vibrator werden auch in

1) Unter Mitwirkung des Verfassers aus dem Russischen übersetzt aus dem Journ. der Russ. physik. Gesellsch. **38**, 431, 1906.

2) P. Drude, Wied. Ann. **55**, 633, 1895; **59**, 1, 1896; **59**, 17, 1896. Abh. d. Sächs. Ges. d. Wiss. **23**, 23, 1896.

dem mit ihm direkt durch den mittleren Teil gekoppelten System AB Schwingungen erregt; das System AB kann eine beliebige Form haben mit der Bedingung, daß sich bei A ein Knoten der elektrischen Kraft ausbildet. Ein solches System kann z. B. das geschlossene System AB sein, welches aus zwei parallelen Drähten besteht und durch zwei Brücken A und B begrenzt ist. Aus der Theorie der Schwingungen gekoppelter Systeme geht hervor, daß sowohl im Vibrator als auch im System AB im allgemeinen zwei Schwingungen entstehen; in dem Falle, daß die Koppelung locker ist (der gemeinsame Teil verhältnismäßig kurz), hat eine von den Schwingungen die Periode und Dämpfung des freien Vibrators, die zweite die Periode und Dämpfung des freien Systems AB, welche (Resonanzfall ausgeschlossen) nur wenig durch die Koppelung beeinflußt sind.

Von diesen beiden Schwingungen, von denen jede zu den Messungen gebraucht werden kann, wollen wir die Schwingungen, welche der Periode nach der Periode des freien Systems AB nahestehen, benutzen; diese Schwingungen sollen in folgendem „Eigenschwingungen" des Systems AB genannt werden. Diese Wahl wird durch die Überlegung bedingt, daß nämlich die Schwingung des geschlossenen Systems AB, das auf seiner Länge keine Funkenstrecken hat, im Vergleich mit der Schwingung des Vibrators eine viel kleinere Dämpfung hat, also viel reiner ist.

Wie es sich im Laufe der Untersuchung herausgestellt hat, ist dieser Umstand für den Erfolg der Dispersionsuntersuchung ausschlaggebend.

Auf diesem Prinzip der direkten Koppelung zwischen Vibrator und dem geschlossenen System AB war die Erregung der Schwingungen in den Drähten begründet.

Anordnung I und II.

Die Versuchsanordnung war folgende: Zwei parallele Kupferdrähte, 4 m lang, 0,6—0,8 mm Durchmesser, waren in einem Abstande von 1,5 cm voneinander gespannt und ragten durch zwei Öffnungen in der Vorderwand eines Troges um 4—6 mm in den Trog hinein (Fig. 2). Im

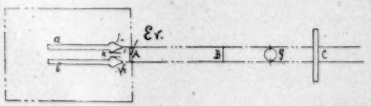


Fig. 2.

Inneren des Troges war längs der Wand die 1—3 cm lange Drahtbrücke A, die zur Erde abgeleitet war, angelötet. Die Brücke A, mit den beiden Drahtenden an ihrer Seite, bildet den mittleren Teil des Vibrators; die beiden anderen Teile sind a und b, zwei parallele Stücke eines 3 mm dicken Kupferdrahtes, zu denen die Ladungen vom Induktorium zugeleitet werden. In f_1 und f_2 befinden sich zwei Funkenstrecken.

Die Gleichzeitigkeit der Entladung der beiden Seitenteile in den mittleren kann durch die Funkenregulierung nicht erreicht werden; deshalb ist folgendes Verfahren angewandt worden: Die Seitenteile des Vibrators werden so weit einander genähert (5—7 mm), daß sie elektrostatisch eng verknüpfte Teile bilden.

Das Sinken des Potentials infolge der einsetzenden Entladung in einem der beiden Stäbe (in dem Teile, der der Funkenstrecke am nächsten ist) hat die Steigerung der Spannung in dem anderen Stabe zur Folge; und die Entladung dieses Stabes beginnt. Dieser Effekt wird noch sicherer erzielt, wenn die elektrostatische Kuppelung mit Hilfe eines kleinen Kondensators k, dessen eine Platte mit a und die andere mit b verknüpft ist, vermittelt wird. Der Kondensator muß aber möglichst nahe bei den Funkenstrecken liegen, weil nur unter dieser Bedingung die Gleichzeitigkeit der Entladung erreicht wird [1]).

Außerdem hat es sich als nützlich erwiesen, besonders wenn der Vibrator nicht mit einem Kondensator K versehen ist, daß die Entladung zwischen den Enden der Drähte und den spitzen Teilen birnenförmiger Flächen vor sich gehe; an den breiten Seiten waren, wie es in der Figur gezeigt ist, Scheiben, 7—10 mm im Durchmesser, die als Kondensatorplatten dienten, angelötet. Alle Teile des Vibrators waren in den mit Petroleum gefüllten Trog (20 cm lang) gelegt. In einigem Abstande von der Brücke A befand sich die Brücke B, welche an den Drähten verschoben und an beliebiger Stelle befestigt werden konnte. Das System AB, das direkt mit dem Vibrator gekoppelt ist, wird weiter „primäres" System (P.-S.) oder „erregendes" System (E.-S.) genannt. Hinter der Brücke B befand sich eine kleine Geißlersche Röhre mit Elektroden, welche als Indikator diente, und die Messung der Wellenlänge, die der Eigenperiode des primären Systems entsprach, geschah in der üblichen Weise durch die Bestimmung der Knotenpunkte mit der beweglichen Brücke C.

Die Stärke der Erregung des E.-S. hängt vom Verhältnis seiner Periode zur Periode des Vibrators ab. Die Beobachtungen in dieser Richtung zeigten folgendes:

1) Ein ähnlicher Kondensator ist von F. Braun beschrieben worden (diese Zeitschr. **5**, 193, 1904). Vom Verfasser ist dieses Verfahren in den Berichten der XI. Versammlung russischer Naturforscher und Ärzte (Dez. 1901, S. 459) angegeben worden.

So lange die Periode des E.-S. beträchtlich kleiner als die Periode des Vibrators ist, ist die Erregung schwach; sie steigt rasch, wenn die Periode des E.-S. ungefähr gleich der Periode des Vibrators wird. Bei weiterer Veränderung der Periode fällt die Erregung des Systems verhältnismäßig wenig; bei einer Periode, welche der doppelten Periode des Vibrators nahekommt, bleibt die Erregung noch stark, dabei fängt der erste harmonische Oberton des primären Systems an, deutlich hervorzutreten; seine Periode ist der Hälfte der Periode des Grundtones gleich. Bei einem Grundtone, dessen Periode mehr als das Zweifache der Periode des Vibrators ist, wird der erste harmonische vorherrschend. Ceteris paribus wird die Erregung desto stärker, je länger (bis zu einem gewissen Grade) der gemeinsame Teil zwischen dem Vibrator und dem primären System ist; dabei werden aber bei der Vergrößerung der Koppelung die Knoten immer verwaschener und die Einstellungen un-

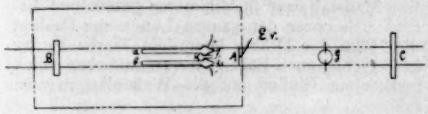


Fig. 3.

genauer. Bei genügender Energie ist es deshalb ratsam, mit möglichst kurzen verbindenden Brücken zu arbeiten.

Die Veränderung der halben Wellenlänge, welche der Eigenperiode des primären Systems entspricht, wird durch bloße Verschiebung der Brücke *B* erreicht. Dabei ist die Größe dieser Veränderung der Größe der Brückenverschiebung gleich.

Bei solcher Anordnung stellt das P.-S. den symmetrischen Bau von zwei parallelen Drähten, die von zwei Brücken begrenzt sind, dar. Es liegt gänzlich (mit Ausnahme der Brücke *A*, die sich in der Petroleumwanne befindet, die sich aber auch in der Luft befinden kann) in der Luft, und die halbe Wellenlänge, die der Eigenperiode des primären Systems entspricht, ist bloß ein paar Millimeter größer als der Abstand zwischen den Brücken, welche Differenz durch die Verkürzung der Brücken und den Einfluß der Koppelung verursacht wird.

Die hier beschriebene Anordnung soll weiter als Anordnung I bezeichnet werden.

Folgende Anordnung hat sich aber als bequemer herausgestellt (Fig. 3). Zwei parallele Kupferdrähte, 5 m lang, gingen durch die Öffnungen in der Vorder- und Hinterwand eines Troges von 25 cm Länge und waren in einem Abstande von 1 cm stark gespannt. Der Trog wurde an dem einen Ende der Drähte aufgestellt und mit Petroleum gefüllt, längs der inneren Wand des Troges war die Drahtbrücke *A* 1 cm lang angelötet und zur Erde abgeleitet.

Die zweite Brücke *B* in der Form einer Platte konnte längs der Drähte im Troge verschoben und am beliebigen Orte festgeklemmt werden. Das durch die Brücken *A* und *B* begrenzte System werden wir primäres oder erregendes System nennen. Der Vibrator war an der Brücke *A* mit dem primären System direkt gekoppelt.

Bei solcher Anordnung erscheint der Vibrator sowohl mit dem primären System als auch mit dem Teile der Drähte, längs deren die Wellenlängenmessung ausgeführt wird, gekoppelt. Diesen Teil der Drähte, der von der Brücke *A* und von der beweglichen Brücke *C* begrenzt ist, soll „sekundäres System“ (S.-S.) genannt werden.

Die Untersuchung der Eigenschaften einer solchen Anordnung zeigt folgendes: So lange der gemeinsame Teil des Vibrators und des primären Systems einerseits und des Vibrators und des sekundären Systems andererseits gleich groß ist, wenn z. B. als solcher bloß die Länge der Brücke *A* erscheint, bemerkt man bei der Verschiebung der Brücke *C* keine deutlichen Maxima des Aufleuchtens der Röhre. Die Maxima erscheinen mit großer Schärfe, falls der Vibrator mit dem Primärsystem bedeutend stärker als mit dem Sekundärsystem verkoppelt wird. Die Länge der dabei meßbaren Wellenlänge entspricht der Eigenperiode des erregenden Systems. Um die verschieden starke Koppelung des Vibrators mit dem P.-S. und S.-S. zu erreichen, genügt es, ihn längs der Drähte innerhalb des Troges um 1—1,5 cm zu verschieben.

Die direkte Koppelung zwischen Vibrator und P.-S. wird auf folgende Weise erzielt: In einem Abstande von 1 oder 1,5 cm von der Brücke *A* werden an beiden Drähten symmetrisch unter einem gewissen Winkel zu ihnen zwei Drahtendchen 4—6 mm lang befestigt. An dieselben wird durch zwei Funkenstrecken der Vibrator angebracht, welcher zur Fläche der Drähte unter einem gewissen Winkel (25—30°, um jede andere als die direkte Koppelung zu vermeiden) steht.

Die Konstruktion des Vibrators bleibt, wie bei der Anordnung I, dieselbe. Die beschriebene Anordnung wird weiter als Anordnung II bezeichnet.

Bei Anordnung II bietet die Erregung des P.-S. in allen untersuchten Beziehungen ein identisches Bild mit dem, welches bei der Anordnung I beobachtet wird. Wenn die hintere Plattenbrücke *B* durch eine Drahtbrücke derselben Länge wie die vordere *A* ersetzt wird, und auf den Drähten des E.-S. ein zweites

Paar solcher Drahtendchen in derselben Entfernung von der hinteren Brücke, in welcher sich das vordere Paar von der vorderen Brücke befindet, angebracht wird, so hat die zu messende Wellenlänge in den Grenzen der Beobachtungsfehler dieselbe Größe, einerlei, ob der Vibrator mit der hinteren oder der vorderen Brücke verbunden ist.

Die Änderung der Wellenlänge des Primärsystems wird durch bloße Verschiebung der Brücke B erreicht.

Diese II. Anordnung, die sich in der Praxis und in konstruktiver Beziehung bequemer als die erste gezeigt hat, funktioniert etwas stärker als die I., und hat dabei deren positive (guten) Seiten. Deshalb wurde auch der größte Teil der Dispersionsuntersuchungen mit der II. Anordnung durchgeführt.

Hier soll auch bemerkt werden, daß man von der Anordnung II leicht zu I übergehen kann, ohne dabei Wesentliches in der Konstruktion und in der Anordnung der Apparate und der Teile der Systeme zu ändern. Dazu genügt es, die hintere Brücke B so weit an die Brücke A heranzuschieben, daß die Periode des Systems AB viel kleiner als die Periode des Vibrators ist, und hinter der Brücke A in der Luft in einer entsprechenden Entfernung eine Brücke B_1 anzubringen; bei solcher Anordnung erscheinen die Drähte bei der Brücke A wie abgeschnitten, als primäres System erscheint dabei, wie auch bei Anordnung I, das System AB, dessen Periode gemessen wird.

Wir gehen jetzt zur Beschreibung mancher Einzelheiten der Apparate und der Anordnung über.

Apparate.

1. Vibrator. Die wesentlichen Teile des Vibrators waren oben beschrieben. Es bleibt noch auf eines hinzuweisen. Da die Dispersionsmessung mehr als in der Grenze von 2 Oktaven ausgeführt wurde, so mußte die Periode des Vibrators, damit dieselbe nicht sehr weit von der Periode der erhaltenen Wellen sei, in ziemlich weiten Grenzen verändert werden.

Diese Veränderung wurde durch den Ersatz der geradlinigen Teile des Vibrators, die an einem Stativ befestigt waren, durch andere längere oder kürzere erreicht. Eine Abstimmung auf Resonanz wurde vermieden.

Die Regulierung der Funkenstrecken wurde durch zwei Mikrometerschrauben ausgeführt. Die Endchen, welche von den Funken verzerrt werden, wurden aus einem etwas dickeren Draht (von 1—1½ mm) als die Drähte (0,6—0,8 mm) gemacht. Im allgemeinen übt die Verzerrung der Spitzen des Vibrators keine schädliche Einwirkung auf die Stärke der Erregung aus, so daß man bei starkem Gebrauche dieselben Spitzen einen Monat oder länger gebrauchen konnte. Der Ersatz durch neue bot keine Schwierigkeiten und konnte inmitten einer einzelnen Messung ausgeführt werden, ohne Gefahr (wie wir weiter sehen werden), den mindesten Einfluß auf die Genauigkeit der Messung auszuüben.

2. Die bewegliche Brücke in der Luft stellt eine runde Platte, 3 cm im Durchmesser, dar. Längs des horizontalen Durchmessers waren zwei Durchschnitte, 1,5 mm breit, gemacht, welche in die Mitte bis auf 2 mm reichten; durch diese Durchschnitte gingen die Drähte, auf denen die Brücke mit ihrer Schwere hing, wodurch ein guter Kontakt gesichert wurde.

Durch eine Plattenbrücke werden die auf sie auffallenden Wellen vollständiger als durch eine Drahtbrücke reflektiert. Der Energieverlust des Systems durch eine Plattenbrücke ist daher geringer. Die Brücke wurde mit Hilfe eines Stabes, der an einen Schlitten, welcher längs des Maßstabes glitt, befestigt war, verschoben. Der Maßstab war in Millimeter geteilt und befand sich unter der ganzen Länge der Drähte; die Höhe der Drähte über dem Tische betrug in verschiedenen Fällen 10—20 cm, ohne einen merklichen Einfluß auf die Wellenlängen auszuüben.

3. Hintere Brücke im Petroleum (Anordnung II, Brücke B) stellte eine runde oder viereckige, in zwei Hälften geschnittene Platte dar. Sie konnte mit Reibung längs der Drähte, die durch den Durchschnitt gingen, verschoben und an beliebiger Stelle mit Hilfe einer besonderen Schraube festgemacht werden.

4. Die Wahl eines geeigneten Induktoriums ist sehr wichtig. Nur Induktorien von 3—5 cm Schlagweite haben sich dabei bewährt. Das Induktorium wurde mit einem Wehnelt-Unterbrecher betrieben.

5. Als Indikatoren wurden 1. die Funkenstrecke, 2. der breite Teil einer Zehnder-Röhre, 3. Geißlerröhren mit eingeschmolzenen Elektroden, mittels deren sie auf die Drähte aufgehängt wurden, und 4. Thermoelemente ausprobiert. Es wurden dabei folgende Eigentümlichkeiten beobachtet:

Wird als Indikator eine Funkenstrecke oder der breite Teil einer Zehnder-Röhre gebraucht, so gibt er hauptsächlich die Welle des Vibrators an, wird aber als Indikator eine Geißlerröhre mit Elektroden oder ein Thermoelement gebraucht, so wirkt auf ihn fast ausschließlich die Welle des E.-S. ein.

Der Charakter des Leuchtens der Röhre ist unter dem Einflusse dieser oder jener Welle verschieden. Unter dem Einflusse der Welle des E.-S. leuchtet sie mit einem dichten Lichte, das sich bei den Elektroden konzentriert. Die Welle des Vibrators macht die Röhre mit einem

diffusen Lichte leuchtend; dabei fluoreszieren ihre Wände schwach [1]).

Es wurden deswegen für die Beobachtung der Wellen des P.-S. nur Geißlerröhren mit Elektroden verwendet. Solche Röhren stellten eine dünnwandige Kugel von 1—1½ cm im Durchmesser vor.

Als Elektroden dienten zwei Platindrähte, die in die Röhre eingeschmolzen waren, so daß zwischen ihren Enden ein Abstand von 0,5—1 mm blieb. Die Röhre wurde bis auf 0,5 mm ausgepumpt. Bei weitem nicht alle Röhren, die augenscheinlich ganz identisch konstruiert waren, konnten als gute Indikatoren dienen. Es wurden daher mehrere hergestellt und die besten ausgewählt. Von den Eigenschaften der Röhre hängt die Genauigkeit der Messung in hohem Maße ab.

6. Bei der Zuleitung der Ladung zu den seitlichen Teilen des Vibrators wurden, außer den zwei Zuleitungsfunken im Petroleum, zwei Funken in Luft zu je 1 cm Länge eingeführt.

Die Ausführung dieser Bedingung hat sich als durchaus notwendig gezeigt. Ohne den Funken in Luft ist die Einwirkung der Welle des Primärsystems ohne Vergleich viel schwächer. Bei der Beobachtung der Welle des Vibrators bieten die Funkenstrecken in Luft eher das Gegenteil [2]).

Wellen in der Luft.

Wenn alle oben angegebenen Bedingungen erfüllt sind, so werden sehr reine und starke Wellen erhalten. Bei einer Länge der Brücke zwischen dem P.-S. und S.-S. von 1 cm leuchtet die Röhre so stark, daß man bequem bei hellem Tageslicht beobachten kann. Bei der Verschiebung der beweglichen Brücke vom Anfang des Systems zu seinem Ende beobachtet man das Einsetzen eines scharfen Leuchtens beim Annähern zu einem Knoten, das bei der weiteren Verschiebung der Brücke weniger scharf, aber deutlich abnimmt. Dann bleibt die Röhre fast dunkel, bis die Brücke zum folgenden Knoten verschoben wird, wo man dasselbe Bild beobachtet. Die Wirkung der Welle des Vibrators als einer selbständigen Welle, die meistenteils auf die Röhre nicht einwirkt, kann manchmal in einer kleinen Verschiebung des zweiten oder dritten Knotenpunktes sich geltend machen. Läßt man die Brücke in irgendeinem Knotenpunkte liegen und verschiebt längs der Drähte die Röhre, so beobachtet man das Verlöschen der Röhre in den Knotenpunkten. Die Zahl der Knoten, die der Beobachtung zugänglich sind, wurde im allgemeinen durch die Länge der Drahtleitung begrenzt und betrug je nach der Wellenlänge 10—20 und mehr. Dabei konnten auch die letzten Knoten scharf beobachtet werden.

Die Messung der Wellenlänge in Luft.

Die Messung der Wellenlänge wurde in gewöhnlicher Weise ausgeführt — durch die Bestimmung der Lage der Knotenpunkte. Die Lage eines jeden Knotenpunktes wurde gewöhnlich aus zehn nacheinander folgenden Ablesungen, aus welchen der Mittelwert genommen wurde, bestimmt.

Die Einstellungen wurden im dunklen Raum ausgeführt.

Die Wellenlänge und die Knotenpunktslagen wurden nachher mit der Methode der kleinsten Quadrate berechnet; gewöhnlich wurden nur zwei erste Knotenpunkte und zwei benachbarte von dem weiter entfernten (z. B. 9 und 10) beobachtet.

Die Genauigkeit, die in diesem Falle erreicht wurde, war mehr als genügend.

Wir führen einige Beobachtungsprotokolle an.

Nr. 1. Anordnung II. Abstand der Drähte $d = 1$ cm. Die Brückenlänge zwischen P.-S. und S.-S. $l = 1$ cm.

Ablesung nach dem Maßstabe in Millimetern.

Beob.	253,8	536,0	819,9	1102,8	1385,6
Ber.	253,7	536,7	819,6	1102,6	1385,5
Fehler	+0,1	−0,7	+0,3	+0,2	+0,1

Beob.	1668,3	1951,4	2234,3	2517,4
Ber.	1668,5	1951,5	2234,4	2517,4
Fehler	−0,2	−0,1	−0,1	−0,0

Die halbe Wellenlänge in Luft $\frac{\lambda}{2} = 282{,}96$ mm.

Nr. 2. Anordnung II. $d = 1$ cm, $l = 1$ cm.

Beob.	123,2	309,1	———	1421,4	1607,9
Ber.	123,4	308,9	———	1421,9	1607,4
Fehler	−0,2	+0,2	———	−0,5	+0,5

$\frac{\lambda}{2} = 185{,}51$ mm.

Nr. 3. Anordnung II. Distanz der Drähte in Luft 1 cm. In der Petroleumwanne (erregendes System) sind die Drähte bis zu einem Abstand von 5 mm genähert. Brückenlänge $l = 5$ mm.

Beob.	83,2	200,1	———	1139,3	1256,5
Ber.	83,0	200,4	———	1139,2	1256,6
Fehler	+0,2	−0,3	———	+0,1	−0,1

$\frac{\lambda}{2} = 117{,}35$ mm.

1) Dieser Unterschied ist wahrscheinlich dadurch bedingt, daß man bei dem Funken und der Zehnder-Röhre Indikatoren auf Maximaleffekt, bei Geißlerröhren und Thermoelementen Indikatoren auf Integraleffekt hat.

2) Diese Eigenschaften werden wahrscheinlich dadurch erklärt, daß die Funkenstrecken in Luft das Entstehen der Partialentladungen begünstigen (vgl. H. Th. Simon und M. Reich, diese Zeitschr. **4**, 364, 1903; H. Th. Simon, diese Zeitschr. **4**, 737, 1903), wodurch der Integraleffekt stark gesteigert wird.

Nr. 4.	Anordnung I.	$d = 1{,}5$ cm,	$l = 1{,}5$ cm.			
Beob.	318,9	721,6	—	—	2333,9	2737,6
Ber.	318,7	721,8	—	—	2334,2	2737,1
Fehler	+0,2	−0,2	—	—	−0,3	+0,5

$$\frac{\lambda}{2} = 403{,}10 \text{ mm}.$$

Wie aus den angeführten Protokollen hervorgeht, unterscheidet sich die beobachtete Lage eines jeden Knotenpunktes von der berechneten gewöhnlich weniger als um 1 mm. Die halbe Wellenlänge zeigt sich also mit einer Genauigkeit von wenigstens 0,1 mm bestimmt, was für die halbe Wellenlänge von 200 mm weniger als 0,05 Proz. ausmacht.

Durch die Vermehrung der Zahl der beobachtbaren Knotenpunkte, durch die Verminderung der Koppelung zwischen den Systemen usw., kann die Genauigkeit, wenn erwünscht, noch gesteigert werden.

Die Prüfung der Konstanz der Wellenlänge.

Bei der Anordnung II befindet sich das erregende System in Petroleum. Jede Veränderung der D.E.K. des Petroleums verursacht eine Periodenveränderung des erregenden Systems. Die Ursachen solcher Veränderungen können folgende sein:

1. Unter der Wirkung der Funken wird das Petroleum chemisch verändert, dabei wird von ihm Kohle ausgeschieden.
2. Die Temperaturänderung.

Um klarzustellen, wie groß der Einfluß dieser Ursachen sein kann, wurde die folgende Versuchsreihe ausgeführt:

A. Es wurde reines Petroleum eingegossen und die halbe Wellenlänge in der Luft gemessen: $\frac{\lambda}{2} = 235{,}18$; nachdem der Apparat täglich ein paar Stunden in Tätigkeit gewesen war, wurde nach drei Tagen die halbe Wellenlänge bestimmt: $\frac{\lambda}{2} = 235{,}44$. Der Apparat war wieder einige Stunden in Tätigkeit. Nach drei Tagen war $\frac{\lambda}{2} = 235{,}45$. Das schmutzige Petroleum, das während der ganzen Zeit in der offenen Wanne blieb, wurde abgegossen; die Drähte des E.-S. und der Vibrator von der an ihnen abgeschiedenen Kohle abgeputzt, reines Petroleum hereingebracht und die halbe Wellenlänge gemessen: $\frac{\lambda}{2} = 235{,}20$.

Die Temperatur des Petroleums war in allen Fällen ungefähr dieselbe; die Veränderung der D.E.K. des Petroleums war also in ihrer Abhängigkeit von der chemischen Veränderung gering [1]).

B. Bei der Temperaturerhöhung des Petroleums um 5—6 Grad kann man eine merkliche Veränderung der Wellenlänge konstatieren. Während der Zeit der Beobachtung erhöht sich aber die Temperatur des Petroleums bei seiner großen Masse (etwa 1 Liter) so wenig, daß der Einfluß einer solchen Erhöhung auf die Wellenlänge ganz unmerklich bleibt.

Die Messungen der Wellenlänge am Anfang und am Schluß der Versuche haben in allen Fällen identische Größen innerhalb der Beobachtungsfehler gegeben. Bei der Anordnung I können selbstverständlich weder die chemische Zusammensetzung des Petroleums, noch seine Temperatur einen Einfluß auf die Periode des erregenden Systems ausüben.

Es wurde weiter untersucht, inwiefern die Wellenlänge des E.-S. von der Periode des mit ihm gekoppelten Vibrators beeinflußt wird.

Zu diesem Zwecke wurde bei ungeändertem Abstande zwischen den Brücken des E.-S. die Erregung mit Vibratoren verschiedener Perioden ausgeführt, was durch die Veränderung der Länge der geradlinigen Seitenteile des Vibrators erreicht wurde. Die im nachstehenden angegebene Tabelle gibt eine Vorstellung von der Größe der untersuchten Einwirkung. In der Reihe 1 sind die Längen der Seitenteile des Vibrators in Millimetern angegeben, in Reihe 2 die ihnen entsprechenden halben Wellenlängen.

80	305,50
60	305,81
37	306,21
70	287,13
60	287,24

So hat die Veränderung der Periode des Vibrators in sehr weiten Grenzen (bis zu einer Oktave) bloß einen geringen Einfluß auf die Periode des erregenden Systems. Es zeigt sich dabei, daß bei der Verringerung der Periode des Vibrators die Periode des E.-S. sich vergrößert. (Die Koppelung bei der Verringerung der Periode des Vibrators wird enger, weil der Mittelteil des Vibrators in allen Fällen dieselbe Länge behält.)

Aus einer Reihe Messungen, deren ausführlichere Beschreibung ich beiseite lasse, folgt, daß die Wellenlänge während einer unbestimmten Zeitperiode, obgleich der Vibrator vielfach weggenommen und gereinigt wurde und seine abgenutzten Teile durch neue ersetzt wurden, in den Grenzen der Beobachtungsfehler ungeändert blieb. Die angeführten Eigenschaften der be-

1) Der kleine Unterschied in der D.E.K. ist eher durch Absorption von Wasser durch Petroleum zu erklären; reines Petroleum, welches längere Zeit in einer offenen Wanne gestanden hat, zeigt eine merklich größere D.E.K.

schriebenen Anordnungen — einerseits eine völlige Unabhängigkeit der Wellenlänge von den Zufälligkeiten des Versuches, andererseits die Möglichkeit, sie rasch und leicht nach Belieben zu verändern (mit einer Genauigkeit von 0,5 mm kann eine beliebige Wellenlänge in 4—5 Minuten erhalten werden) — zeigen sich sowohl für die Genauigkeit wie für die Bequemlichkeit der Dispersionsuntersuchung durchaus wertvoll.

Die Messung des Brechungsindex.

Zur Erklärung der Besonderheiten der Messung wollen wir die Messungen in destilliertem Wasser als in einer Flüssigkeit, die eine große D.E.K. besitzt, anführen. Die Messungen wurden in einer Wanne, die mit Siegellack aus gewöhnlichen Glasplatten von 1—2 mm Dicke zusammengesetzt war, ausgeführt. Die Dimensionen der benutzten Wannen waren 46 cm Länge, 12 cm Breite, 13 cm Höhe, die Höhe der Drähte über dem Wannenboden 5 cm, und 50 cm Länge, 10 cm Breite und 17 cm Höhe, die Höhe der Drähte über dem Wannenboden 6 cm. Die Drähte gingen durch Öffnungen in der Vorder- und Hinterwand durch, und die Wanne konnte längs der ganzen Länge der Drähte frei verschoben werden.

Während der Längenmessungen in der Luft befand sich die Wanne am entfernten Ende der Drahtleitung. Weiter wurde sie so verschoben, daß die Flüssigkeitsgrenze mit dem 1. wahren Knoten zusammenfiel, und die Öffnungen, durch welche die Drähte gingen, wurden mittels leichter Erwärmung der Vorder- und Hinterwand verkittet (z. B. mit dem Mendelejeffschen Kitte); über der Wanne befand sich ein Maßstab in Millimeter geteilt. Entlang des Maßstabes bewegte sich ein Schlitten, der mit einem Stabe verbunden war, der eine Brücke in der Flüssigkeit führte. Bei der Einstellung in einen wahren Knoten muß man die Verkürzung der Brücke in der Luft kennen. Die Verkürzung der Plattenbrücke bei einem Abstande der Drähte von 1 cm ist um 1,5 mm kleiner als die Verkürzung einer Drahtbrücke, für die Drude die Größe 4 mm angibt. Die Verkürzung der Plattenbrücke wurde daher zu 2,5 mm angenommen. Die Flüssigkeitsgrenze wurde immer in einen wahren Knoten gelegt, weil die Glaswand 1 mm dick keine merkliche Veränderung der hinter ihr liegenden Knotenpunkte verursachte. Die Messung der Wellenlänge in der Flüssigkeit wurde ganz analog wie in der Luft ausgeführt, dabei wurde jede Knotenpunktslage aus einer Reihe von 10—15 Ablesungen bestimmt. Die Wellen in einer nicht absorbierenden Flüssigkeit waren sehr stark, man konnte leicht zehn und mehr Knoten scharf beobachten. Dabei wurden zur Messung nur diejenigen Knoten benutzt, deren Lage scharf bestimmt werden konnte, weil die Beobachtungen folgender schwächerer für die Genauigkeit der Messungen eher nachteilig ist. Gewöhnlich wurde die Lage der zwei ersten Knoten und zweier aus den benachbarten weiterliegenden bestimmt.

Fehlerquellen.

Es wurde der Einfluß folgender möglicher Fehlerquellen näher untersucht.

1. Einfluß der Flüssigkeitsgrenzen. Um sich zu überzeugen, daß die Dimensionen der Tröge keinen merklichen Fehler in die Bestimmungen des Brechungsindex hineinbringen, wurde in folgender Weise verfahren: In die Wasserwannen wurden zwei metallische Platten von den Dimensionen der Wände eingestellt. Auf dem Boden der Wanne konnte auch eine metallische Platte eingelegt werden. Die Messung des Brechungsindex ohne Metallwände und mit den Metallwänden gab in allen Fällen identische Größen innerhalb der Beobachtungsfehler.

2. Der Fehler von der falschen Lage der Flüssigkeitsgrenze. Gemäß der Theorie von Drude ist der Abstand zwischen den Knotenlagen in Flüssigkeit nur in dem Falle der halben Wellenlänge gleich, falls die Grenze der nicht absorbierenden Flüssigkeit in die wahre Knotenlage gelegt ist. Um die Größe des durch kleine Ungenauigkeiten in der Lage der Flüssigkeitsgrenze verursachten Fehlers schätzen zu können, ist die Flüssigkeitsgrenze in betreff des wahren Knotens 1 cm näher an das erregende System herangeschoben (Lage —), und 1 cm nach der anderen Richtung (Lage +). Die Messungen haben gezeigt, daß in diesem Falle die Abstände zwischen den Knoten im Wasser nicht einander gleich sind. Dabei sind bei der Lage — die ungeraden halben Wellenlängen, wenn man von der Flüssigkeitsgrenze rechnet, etwas länger als die geraden, bei der Lage + ist das Verhältnis der Längen der geraden und ungeraden Halbwellen das entgegengesetzte. Die Bestimmung des Brechungsindex aus den ungeraden oder geraden Knoten gab für die +-Lage eine kleinere Größe, für die —-Lage eine größere als die wahre, dabei ist die Abweichung für die halbe Wellenlänge von $\frac{\Lambda}{2} = 300$ mm ungefähr gleich 0,5 Proz. des Brechungsindex bei der Verrückung um 1 cm.

In Rücksicht hierauf, daß die Lage des ersten Knotens immer mit einer Genauigkeit von 0,5 mm bestimmt werden konnte, und in Rücksicht darauf, daß ein kleiner systematischer Fehler, durch eine nicht genügend genau bestimmte Verkürzung der Brücke verursacht, existierte, ist anzunehmen, daß der Fehler im Brechungs-

index von der genannten Ursache nicht größer als 0,05 Proz. des Brechungsindex war.

3. Einfluß der Eigenperiode der Brücke in der Flüssigkeit. Am Anfang der Messungen diente als Brücke im Wasser dieselbe runde Brücke von 3 cm Durchmesser, welche zur Messung der Wellenlänge in der Luft benutzt wurde. Bei den Messungen im Gebiete einer halben Wellenlänge $\frac{\lambda}{2} = 300$ mm zeigte sich, daß der Brechungsindex n sich von 8,928—9,018 veränderte — eine Differenz, die mehr als fünfmal die möglichen Beobachtungsfehler übertraf. Diese Differenz war, wie es sich zeigte, durch die Resonanz der Brücke verursacht, welche auch durch eine andere ersetzt wurde, deren Beschreibung weiter unten angegeben sein wird. Mit der neuen Brücke wurde der Sprung im Brechungsindex nicht mehr beobachtet.

4. Der Einfluß des Hinterteiles der Drähte in der Wanne, das durch die bewegliche Brücke und die Hintergrenze der Flüssigkeit begrenzt ist. Für die Untersuchung des Einflusses des hinteren Teiles der Drähte, welcher durch die bewegliche Brücke c mit dem Sekundärsystem gekoppelt ist, wurde in folgender Weise verfahren: Der Brechungsindex wurde aus den neun ersten Knoten beobachtet; beim 11. Knoten wurde auf die Drähte die Brücke gelegt, welche auch allmählich in gleichen Intervallen zwischen dem 11. und 14. Knotenpunkte verschoben wurde, und dabei für jede ihrer Lagen die Wellenlänge im Wasser gemessen. Zwischen zwei aufeinanderfolgenden Knotenpunkten waren acht solcher Lagen. Die Messungen zeigten, daß der Einfluß des hinteren Teiles der Drähte bei einer künstlichen Begrenzung mit der Brücke ziemlich groß ist. (Die Variationen der Wellenlänge bei einem Abstande der Drähte von 1 cm gingen bis zu 1 Proz.) Er hat die maximale Größe bei den Lagen der aufgelegten Brücke, welche den Knotenlagen nahe sind, und sein Gang in der Abhängigkeit von der Lage der Brücke zwischen zwei konsekutiven Knotenpunkten bleibt analog, dabei wird er beim Verschieben der aufgelegten Brücke zu den weiter entfernten Knotenpunkten nur von einem Knotenpunkte zum anderen schwächer. Diesen Einfluß durch die verschiedenen Veränderungen in der Konstruktion der Brücke in der Flüssigkeit zu beseitigen, hat sich etwas schwierig gezeigt, bis schließlich die Brücke in folgender Weise konstruiert wurde.

In der engen Wand einer metallischen Schachtel, die 30—40 mm lang, 13—20 mm breit und 12—15 mm hoch war, waren zwei parallele Durchschnitte gemacht, die voneinander in demselben Abstande, wie die Drähte waren und die bis zum Boden der Schachtel bis auf etwa 5 mm reichten; die entgegengesetzte Wand fehlte. Mit dem Boden nach oben wurde die Schachtel mit den Durchschnitten auf die Drähte aufgesetzt. Die Vorwand mit ihren Durchschnitten diente als Brücke, hinter der die Drähte innerhalb der Schachtel parallel zu ihrem Boden gingen. In der Mitte des Bodens entlang der Schachtel ist ein Stück Kokskohle, das ungefähr die Dimensionen der Seitenwand der Schachtel hatte und 6—7 mm dick war, befestigt. Auf diese Weise befand sich die Kohle zwischen den Drähten, parallel zu ihnen, und berührte sie nicht.

Solche Kohle erweist sich als Halbleiter für elektrische Schwingungen und absorbiert sie stark, wenn sie in das Feld hineingebracht wird. Bei der auf diese Weise aufgebauten Brücke konnten deshalb stehende Wellen hinter der Brücke sich nicht ausbilden, und der Einfluß des Hinterteiles der Drähte beim künstlichen Abgrenzen mit der aufgelegten Brücke wurde den Messungen nach nicht mehr beobachtet. Hier muß man auch bemerken, daß es den Einfluß des Hinterteiles der Drähte nur dann zu konstatieren gelang, wenn die metallische Brücke aufgelegt war; diente als Grenze die Flüssigkeitsgrenze, so ist dieser Einfluß so schwach, daß die Größe des Brechungsindex in allen Fällen dieselbe war, ungeachtet, ob die Brücke mit oder ohne Kohle gebraucht wurde. Deshalb wurde auch gewöhnlich für alle Messungen als Brücke die Schachtel ohne Kohle gebraucht. Dabei beachtete man nur, daß der letztgemessene Knoten von der hinteren Grenze der Flüssigkeit wenigstens im Abstande von drei oder vier halben Wellenlängen lag.

5. Über den Einfluß der Koppelung und der Versuchsbedingungen. Die unten angegebenen Bemerkungen, welche sich besonders auf die Messungen in der Flüssigkeit mit Absorption beziehen, haben prinzipielle Bedeutung für die Untersuchungsmethode selbst. Wir wollen deshalb bei ihnen etwas ausführlicher verweilen.

In dem für Luft angeordneten sekundären System (Messung der Wellenlänge in Luft) gibt es für beliebige Lage der beweglichen Brücke C zwei uns interessierende Schwingungen: eine mit der Periode der Eigenschwingung des primären Systems, die andere mit der Periode der Eigenschwingung des sekundären Systems oder in bezug auf die Lage der Brücke C einer mit ihr harmonischen. Bei Bewegung der Brücke C ändert sich die Periode des sekundären Systems oder seiner harmonischen Schwingungen, und für bestimmte Lagen der Brücke C (Knotenpunkte) beobachtet man die Maxima des Aufleuchtens des Indikators, welche, wie es aus den Messungen folgt, in gleichen Abständen liegen. Dieser Abstand wird als halbe Wellenlänge in Luft bezeichnet.

Diese Bezeichnung hat offenbar nur dann Sinn, wenn die Periode der Schwingung des sekundären Systems für die Knotenlagen der Brücke C unverändert bleibt. —

Indem wir weiter zu den Messungen in Wasser übergehen, finden wir ganz analog die halbe Wellenlänge $\lambda/2$ in Wasser, d. h. wir nehmen auch in diesem Falle für die Knotenlänge die unveränderte Periode der Schwingung an. Das Verhältnis von Λ zu λ wird Brechungsindex genannt; eine Definition, die Sinn hat nur bei der Annahme, daß den Knotenlagen in Luft und Wasser (den Wellen Λ und λ) die unveränderte Periode der Schwingungen entspricht. Die prinzipiell wichtige Frage, inwiefern die Periode in allen angeführten Fällen tatsächlich unverändert bleibt, kann nur auf Grund näherer Betrachtungen der Bedingungen, welche ein Maximum der Wirkung des Indikators bestimmen, gelöst werden.

Als Grundlage unserer Betrachtungen wollen wir die Theorie der Resonanz von Bjerknes[1]) nehmen, deren weitere Entwicklung im Anschlusse an die gekoppelten Systeme von Drude und M. Wien[2]) gegeben war.

Die Resultate dieser Theorie werden für uns die wichtige Bedeutung haben, daß sie uns ganz bestimmt in dieser Frage zu orientieren vermögen.

Wir nennen die Periode der Eigenschwingungen des primären Systems T_1, die sich ändernde Periode des sekundären Systems — oder die der Lage der Brücke C entsprechende einer seiner harmonischen — T_2; weiter wird unterschieden zwischen dem Indikator auf maximalen und Integraleffekt.

Die Periode $T_{2\,max}$, für welche man das Maximum des Aufleuchtens des Indikators beobachtet, ist nicht im allgemeinen der Periode T_1 gleich, wir wollen deshalb setzen:

$$T_{2\,max} = T_1\ (1 + m).$$

Die Größe m, die gleich der prozentischen Differenz der Perioden T_1 und $T_{2\,max}$ ist, hängt ab:

1. davon, was für ein Effekt am Indikator beobachtet wird;
2. von der Dämpfung γ_1 und γ_2 der ersten und zweiten Schwingung;
3. von der Größe δ, die die Veränderung der Dämpfung bei Veränderung der Periode ausdrückt.

Auf diese Weise ziehen wir den Schluß, daß, wenn die Dämpfung des sekundären Systems sich verändert, sich auch die Periode, für welche man das Maximum des Effektes des Indikators beobachtet, ändern wird, dabei behält diese Bemerkung ihre Bedeutung auch für so schwach gekoppelte Systeme, daß man den Einfluß der Koppelung übergehen kann.

In Abhängigkeit davon, ob die gegebene Schwingung zum Grundton oder einer der harmonischen des sekundären Systems gehört, kann ihre Dämpfung verschieden sein. Im Falle der Messungen in der Flüssigkeit soll die Dämpfung für die entsprechenden Lagen der beweglichen Brücke in den Knotenpunkten bei Flüssigkeit und Luft größer für die Flüssigkeiten, besonders mit großer D.E.K., sein als für Luft[1]).

Im Falle stark absorbierender Flüssigkeiten ist der Unterschied in den Dämpfungen besonders groß.

Wir wollen uns daher an einfache Experimente halten, um die Größe des Einflusses der oben angeführten Gründe auf die zu messende Größe des Brechungsindex schätzen zu können.

Das Experiment war in folgender Weise angestellt: Bei der gewöhnlichen Anordnung des Systems war die Wellenlänge in Luft bestimmt; dann wurden zwischen dem 1. und 2. Knoten, dem 2. und 3. die Röhrchen Nr. 2 und Nr. 3 aufgelegt, analog dem, das als Indikator diente; bei dieser Anordnung wurde die Wellenlänge wiederum gemessen (der 3. Knoten war erster zu bestimmender Knotenpunkt). Die Energie der elektromagnetischen Wellen wurde jetzt nicht nur in dem Röhrchen Nr. 1, das als Indikator diente, sondern auch in den beiden folgenden absorbiert. Die beobachteten Knoten bei Benutzung der Röhrchen Nr. 2 und Nr. 3 waren dabei deutlich verwaschener, was nämlich auch auf eine merkliche Vergrößerung der Dämpfung des Systems hinwies.

Die Resultate der Beobachtungen waren folgende:

Die Messungen mit Röhrchen Nr. 1.

Anfang der Messungen:	=	284,10 mm
Ende „ „ :	=	284,06 „
Mittel:		284,08 „

Es sind aufgelegt Röhrchen Nr. 2 und Nr. 3. Die Bestimmung hat man aus den Beobachtungen der Röhrchen Nr. 1 und Nr. 3 ausgeführt.

Aus Beobachtungen	des Röhrchens Nr. 1:	=	283,82 mm
	„ „ „ 2:	=	283,75 „
	Mittel:		283,79 „

Diese Resultate zeigen, daß mit Vergrößerung der Dämpfung des sekundären Systems das Maximum des Aufleuchtens des Indikators sich nach den kürzeren Wellen verschiebt. Eine solche Verschiebung ist, obgleich sie in dem betrachteten Falle unzweifelhaft konstatiert sein könnte, doch sehr gering (0,1 Proz.). Bei der Ausmessung der Wellenlänge in Luft, wo die Veränderung der Dämpfung vom Grundtone zu dem harmonischen viel geringer sein soll, ist

1) V. Bjerknes, Wied. Ann. **55**, 121, 1895.
2) P. Drude, Ann. d. Phys. **13**, 512, 1904; M. Wien, Ann. d. Phys. **25**, 625, 1908.

1) Der Verlust der Wellenenergie über die bewegliche Brücke ist bei Flüssigkeiten mit großer D.E.K. besonders groß.

sie praktisch gleich Null; aus der Schärfe, mit welcher man die Knoten in der Flüssigkeit beobachtet, kann man dasselbe auf die Messungen in nicht absorbierenden Flüssigkeiten schließen. Für Flüssigkeit mit großer Absorption soll die beobachtete Größe des Brechungsindex aus dem angezeigten Grunde etwas größer als die wirkliche sein[1]). Die angegebenen Resultate sind den von Kiebitz bei Betrachtung der Schwingungen in geradlinigen Leitern erhaltenen vollkommen analog[2]).

Wir wollen noch bei folgenden Bemerkungen stehen bleiben. Da die Lage des maximalen Aufleuchtens des Indikators (Periode $T_{2\,max}$) davon abhängen muß, was für ein Effekt beobachtet wird, haben wir das Recht, zu erwarten, daß wir bei Benutzung des Funkens als Indikator, d. h. bei Beobachtung des Maximaleffektes, bei derselben Periode des primären Systems eine andere Wellenlänge als bei Abmessungen mit Röhrchen (Indikator für Integraleffekt) bekommen sollen. Diese Annahme stimmt mit dem Experiment vollkommen überein. Bei einer Anordnung, bei der mit dem Röhrchen die Wellenlänge $\frac{\lambda}{2} = 284{,}08$ erhalten war, hatte man mit dem Funken $\frac{\lambda}{2} = 285{,}4$ erhalten.

Im Falle einer lockeren, aber nicht zu vernachlässigenden Koppelung (was den Bedingungen des Experiments entspricht), sind T_1 und T_2, γ_1 und γ_2 gegenseitig abhängig, welcher Einfluß für Perioden, die dem Resonanzfalle nahekommen, besonders stark hervortritt (vergl. M. Wien, Wied. Ann. **62**, 151, 1897).

Die gründliche Untersuchung aller Schwingungsbedingungen des sekundären Systems, besonders in einer Resonanzlage, würde zu ausführlicher experimenteller Untersuchung der so interessanten Gesetze der Schwingungen gekoppelter Systeme führen. Eine so allgemeine Fragestellung konnte hier nicht Platz finden. Für unser direktes Ziel werden wir uns auf folgendes beschränken:

a) Es wurde der Brechungsindex bei verschiedener Größe der Koppelungen gemessen, dazu wurde die Brückenlänge zwischen dem E.-S. und S.-S. von 5—30 mm geändert.

b) Bei der Messung des Brechungsindex variierten die Versuchsbedingungen in folgender Weise:

1. Es wurde der Brechungsindex beim E.-S., dessen Dämpfung vergrößert wurde, bestimmt; zu diesem Zwecke wurde bei der Anordnung I zwischen den Drähten des E.-S. im Bauche der elektrischen Kraft eine Kokskohle, 5 cm lang, 2,5 cm hoch, 0,7 cm breit, angebracht.

2. Es wurde der Brechungsindex beim E.-S., dessen Kapazität vergrößert wurde (das schwere erregende System), gemessen; zu diesem Zwecke wurden bei der Anordnung I die Drähte des E.-S. durch die Öffnungen in den Wänden einer kleinen Wanne 1 cm breit durchgelassen. Die Wanne wurde im Bauche der elektrischen Kraft befestigt und mit Wasser gefüllt. Dabei zeigte es sich, daß der Effekt einer solchen Schicht Wasser, 1 cm dick im Bauche angebracht, fast derselbe war, als ob sich das ganze E.-S. im Wasser befände. Damit die halbe Wellenlänge in der Luft 320 mm gleich sei, muß die Entfernung zwischen der Vorder- und Hinterbrücke im ganzen 45 mm sein (die Länge der Vorderbrücke = 15 mm, der Hinterbrücke = 25 mm). Die Verschiebung der Vorderbrücke um 1 cm verursachte eine Änderung der halben Wellenlänge um 6—7 cm.

3. Die Messungen des Brechungsindex wurden bei der Anordnung I und II und bei verschiedenen Entfernungen zwischen den Drähten ausgeführt.

Alle erhaltenen Resultate sind in der weiter unten angebrachten Tabelle zusammengestellt. Sie zeigen, daß der Einfluß der Koppelung bei der Größe der gebrauchten Koppelungen und den Versuchsbedingungen auf die Größe des Brechungsindex in den Beobachtungsfehlern bleibt.

Protokolle und Messungsresultate.

Wir führen jetzt ein paar Protokolle zur Bestimmung des Brechungsindex des Wassers an, welche zu dem Teile des Spektrums gehören, wo Wasser keine Dispersion besitzt.

Die Messungen wurden auf 17,0° mit Hilfe der Formel

$$n_t = n_{17,0} - 0{,}220\,(t - 17{,}0^0)$$

reduziert, der Koeffizient 0,220 ist auf Grund der unten in der Tabelle angeführten Beobachtungen berechnet.

Nr. 1. Anordnung II. Distanz zwischen den Drähten $d = 10$ mm, Länge der Brücke zwischen erregendem und sekundärem System $l = 10$ mm, Temperatur des Wassers $t = 23{,}5^0$.

Halbwellenlänge in Luft $\frac{\lambda}{2} = 313{,}94$.

Wellen im Wasser.

Beob.	25,66	61,56	96,96	132,34	167,82	203,77
Ber.	25,70	61,30	96,90	132,50	168,10	203,70
Fehler	−0,04	+0,26	+0,06	−0,16	−0,28	+0,07

Beob.	238,97	275,10	310,56	346,22	381,73
Ber.	239,30	274,90	310,50	346,10	381,70
Fehler	−0,33	+0,20	+0,06	+0,12	+0,03

1) Wahrscheinlich hat auch in diesem Falle der Fehler keine praktische Bedeutung, da die Messungen in stark absorbierenden Flüssigkeiten (z. B. Alkoholen) weniger genau sind.

2) F. Kiebitz, Ann. d. Phys. **5**, 872, 1901.

Halbe Wellenlänge im Wasser $\frac{\lambda}{2} = 35{,}60$ mm.

$n_{23,5} = 8{,}818 \quad n_{17,0} = 8{,}961.$

Nr. 2. Anordnung II. $d = 5$ mm, $l = 5$ mm, $t = 18{,}3$.

$$\frac{\Lambda}{2} = 342{,}81 \text{ mm}.$$

Wellen im Wasser.

Beobachtet:

76,65 115,05 153,37 – – – 306,87 345,22 383,72

Berechnet:

76,67 115,04 153,41 – – – 306,89 345,26 383,63

Fehler:

−0,02 +0,01 −0,04 – – – −0,02 −0,04 +0,09

$$\frac{\lambda}{2} = 38{,}77 \text{ mm}.$$

$n_{18,8} = 8{,}934 \quad n_{17,0} = 8{,}963.$

Nr. 3. Anordnung I. $d = 15$ mm, $l = 15$ mm, $t = 21{,}6$.

$$\frac{\Lambda}{2} = 315{,}47.$$

Wellen im Wasser.

Beob. 125,07 160,63 – – – – – – 409,60 445,51
Ber. 125,05 160,64 – – – – – – 409,77 445,36
Fehler +0,02 −0,01 – – – – – – −0,17 +0,15

$$\frac{\lambda}{2} = 35{,}59 \text{ mm}.$$

$n_{21,6} = 8{,}864 \quad n_{17,0} = 8{,}965.$

Nr. 4. Anordnung I. Zwischen den Drähten des E.-S. befand sich ein Stück Kokskohle (stärkere Dämpfung). $d = 15$ mm, $l = 15$ mm, $t = 15{,}3$.

$$\frac{\Lambda}{2} = 310{,}95.$$

Wellen im Wasser.

Beob. 126,83 161,47 – – – – – – 403,36 437,88
Ber. 126,87 161,43 – – – – – – 403,35 437,91
Fehler −0,04 +0,04 – – – – – – +0,01 −0,03

$$\frac{\lambda}{2} = 34{,}56 \text{ mm}.$$

$n_{18,9} = 8{,}997 \quad n_{17,0} = 8{,}960.$

Die Genauigkeit der Messungen wird man am besten mit Hilfe der unten angeführten Tabelle schätzen können. In der 1. Kolumne sind die halben Wellenlängen $\frac{\Lambda}{2}$ in Luft, in der 2. Kolumne die halben Wellenlängen $\frac{\lambda}{2}$ im Wasser bei der Temperatur t des Wassers in Millimetern gegeben. In der 3. die Temperatur des Wassers. In der 4. der Brechungsindex bei der Temperatur t (n_t), in der 5. der auf 17,0 ($n_{17,0}$) reduzierte Brechungsindex, in der 6. die Daten, die Anordnung des Systems betreffend. Dabei ist der Abstand zwischen den Drähten mit d, die Länge der Brücke zwischen dem E.-S. und S.-S. mit l bezeichnet.

Abgesehen von den in dieser Tabelle angeführten Beobachtungen mit dem schweren System, von vornherein ungenaueren[1]), werden alle anderen als gleichwertig betrachtet. Es wird für den Mittelwert von $n_{17,0}$ die Größe $= 8{,}959$, für den Mittelwert von $n^2_{17,0}$ die Größe 80,26 erhalten. Der mittlere Fehler einer einzelnen Beobachtung für n ist $\pm 0{,}0059$ oder 0,075 Proz., der wahrscheinliche Fehler ist $\pm 0{,}0039$ oder 0,05 Proz.

Der mittlere Fehler des Resultates für $n_{17,0}$ ist $\pm 0{,}002$ oder 0,018 Proz., der wahrscheinliche Fehler $\pm 0{,}0011$ oder 0,012 Proz.

Man beachte noch, daß in der Tabelle ohne Ausnahme alle Resultate, die für dieses

1) Das schwere System erscheint mit dem S.-S. bei derselben Brückenlänge eng gekoppelt.

$\frac{\Lambda}{2}$	$\frac{\lambda}{2}$	t	n_t	$n_{17,0}$		
338,08	38,12	20,9	8,881	8,967	$d = 15$ mm, $l = 30$ mm	Anordnung I.
327,30	36,88	20,6	8,884	8,963	$d = 15$ „ $l = 15$ „	
315,47	35,59	21,6	8,864	8,965	$d = 15$ „ $l = 15$ „	
304,85	34,27	20,2	8,895	8,965	$d = 15$ „ $l = 25$ „	
326,94	37,09	23,4	8,814	8,955		
313,94	35,60	23,5	8,818	8,961	$d = 10$ „ $l = 10$ „	Anordnung II.
313,65	35,06	17,8	8,946	8,964		
292,03	32,96	21,5	8,860	8,959		
342,81	38,37	18,3	8,934	8,963	$d = 5$ „ $l = 5$ „	Anordnung II.
297,14	33,35	18,8	8,909	8,949	$d = 5$ „ $l = 8$ „	
277,35	31,15	19,2	8,903	8,951	$d = 5$ „ $l = 8$ „	
310,95	34,56	15,3	8,997	8,960	$d = 15$ „ $l = 15$ „	Anordnung I.
286,62	31,91	16,0	8,982	8,960	E.-S. mit vergrößerter Dämpfung	
276,12	31,16	21,2	8,861	8,953		
322,69	36,17	18,4	8,921	8,952	$d = 15$ mm, $l = 15$ mm	Anordnung I.
317,12	35,62	18,9	8,903	8,945	Schweres E.-S.	
310,60	34,72	18,3	8,945	8,976		

Wellenintervall bekommen wurden, mitgeteilt sind. Die angeführte Fehlergröße des Resultates für n_{∞} zeigt, was für eine Genauigkeit in der Abhängigkeit von den zufälligen Fehlergrößen erreicht werden kann. Denn solche kleine Fehler des Resultates übertreffen wahrscheinlich die kleinen systematischen Fehler der Methode.

Schluß.

Die beschriebene Methode erweist sich für die Untersuchung der Dispersion durchaus geeignet, sowohl durch ihre Anordnung, da sie in weiten Grenzen eine beliebige Wellenlänge leicht und sicher zu erhalten erlaubt, als auch durch ihre Genauigkeit, da sie die Messung des Brechungsindex in nicht absorbierender Flüssigkeit mit einer Genauigkeit von nicht weniger als 0,1 Proz. für jede einzelne Messung auszuführen gestattet.

Physikal. Institut der Universität Moskau.

(Eingegangen 17. April 1909.)

Die elektrischen und optischen Eigenschaften des metallischen Selens.

Von A. H. Pfund.

In einer früheren Arbeit[1]) habe ich die Ergebnisse einiger Versuche veröffentlicht, die ich unternommen hatte, um festzustellen, wie sich der Widerstand des metallischen Selens[2]) mit der Wellenlänge des auffallenden Lichtes ändert. Ich hatte damals gefunden, daß das blaue und das ultrarote Spektralgebiet nur geringen Einfluß hatten, daß dagegen Licht von der Wellenlänge $\lambda = 700\,\mu\mu$ eine sehr große Widerstandsänderung hervorbrachte. Die sog. „Empfindlichkeitskurve" zeigt nämlich an dieser Stelle ein besonders ausgesprochenes Maximum. Ich meinte damals, daß vielleicht ein Zusammenhang zwischen dem elektrischen und dem optischen Verhalten des Selens bestehen könnte, daß es aber, insofern keine Angaben über die optischen Eigenschaften zu Gebote standen, nicht möglich wäre, irgendwelche Schlußfolgerungen zu ziehen. In der vorliegenden Arbeit werde ich die Kurven für die Absorption und die Reflexion des Selens angeben und eine genauere Bestimmung der Empfindlichkeitskurve liefern. Die Kurven für die Reflexion und die Absorption zeigen zwar im Gebiete der Maximalempfindlichkeit kein Maximum, es erscheint aber trotzdem möglich, das Auftreten dieses Maximums zu erklären, wenn man die Eigentümlichkeiten berücksichtigt, welche das elektrische Leitvermögen dünner Schichten zeigt. Ich gebe einen Erklärungsversuch für die beobachteten Erscheinungen und führe Versuche zur Stütze dieser Erklärung an.

Leider sehe ich mich durch andere Arbeiten gezwungen, die Untersuchung des Selens zeitweise zu unterbrechen. Unter diesen Verhältnissen erschien es mir ratsam, die bislang erhaltenen Ergebnisse zu veröffentlichen. Ich hoffe, bei allernächster Gelegenheit die Arbeit wieder aufnehmen zu können.

Selenzellen.

Das zur Herstellung der Selenzellen benutzte Verfahren ist tatsächlich sehr einfach. Man schleift ein Stück Planglas von $1 \times 3 \times 0{,}1$ cm auf einer Seite mit Schmirgel ab und breitet etwas amorphes Selen von hoher Reinheit über die geschliffene Fläche aus. Die Schichtdicke wird so gewählt, daß die dünneren Partien im durchfallenden Lichte tief rubinrot erscheinen. Dann wickelt man vier Stränge blanken Kupferdraht Nr. 30 so um die Zelle, daß sie die ganze Selenfläche bedecken. Man bindet die freien Enden an die Glasplatte und wickelt den zweiten und den vierten Draht ab, so daß der erste und dritte durch einen Zwischenraum gleich dem Durchmesser eines Drahtes voneinander getrennt bleiben. Um die Zelle lichtempfindlich zu machen, bringt man sie in ein zuvor auf 180° C erhitztes Luftbad und läßt sie in diesem etwa fünf Minuten lang. Diese Zeit ist für die Umwandlung des amorphen Selens in metallisches erforderlich. Wenn diese Umwandlung beendet ist, nimmt man die Zelle aus dem Luftbade heraus und läßt sie sich auf Zimmertemperatur abkühlen. Wenn dieses Verfahren auch wahrscheinlich nicht Zellen von höchster Empfindlichkeit liefert, so hat es sich doch insofern als vollkommen zuverlässig erwiesen, als jede Zelle gelungen ist. — Der Widerstand dieser Zellen ist von der Größenordnung 2×10^7 Ohm, und die Empfindlichkeit ist so groß, daß eine 16kerzige Glühlampe in 30 cm Abstand das Leitvermögen der Zelle ungefähr zehnfach erhöht. Um die Zellen vor Feuchtigkeit zu schützen (und sie somit dauerhaft zu machen), bringt man sie entweder in eine Glasröhre und pumpt diese dann mittels einer Geryk-Ölpumpe aus, oder man befestigt sie mit Klebwachs auf einem Stück Tafelglas oder Glimmer.

Empfindlichkeitskurve.

Die Methode, nach der ich verfuhr, um die Änderung des elektrischen Widerstandes des Selens mit der Wellenlänge der auffallenden Energie zu bestimmen, war praktisch dieselbe, die ich bei meiner früheren Arbeit verfolgt habe. Mittels eines Okularspaltes isolierte ich

1) Pfund, Phil. Mag. 7, 26, 1904.

2) Wenn nicht ausdrücklich das Gegenteil erwähnt wird, soll im folgenden unter dem Ausdruck „Selen" stets die metallische Modifikation verstanden werden.

ein enges Spektralgebiet und ließ dieses auf eine Selenzelle fallen, deren Leitfähigkeitszunahme dann durch Galvanometerausschläge verzeichnet wurde. Gerade wie früher wurde die Energie, welche jedes Bündel nahezu homogener Strahlung mit sich führte, ehe sie auf die Selenzelle fiel, stets auf denselben Wert reduziert. Dadurch wurden die erhaltenen Ergebnisse von der Energieverteilung im Spektrum der benutzten Energiequelle unabhängig. Statt, wie früher, den Ausschlag des Lichtzeigers des Galvanometers nach einer Expositionszeit der Selenzelle gegen das Licht von 10 Sekunden zu verzeichnen, wählte ich in der vorliegenden Arbeit das Maximum der Ablenkung, selbst wenn dabei die Expositionszeit auf zwei bis drei Minuten oder noch mehr erhöht werden mußte.

Die Versuchsanordnung ist in Fig. 1 dargestellt.

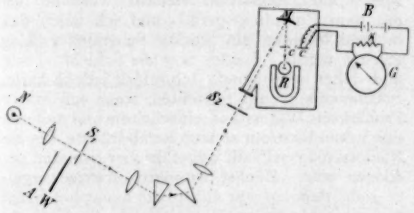


Fig. 1.

Das Licht einer in N aufgestellten Nernstlampe wird zunächst auf den Spalt S_1 des Spektroskops konzentriert und dann in ein Spektrum zerlegt, von dem ein enges Gebiet durch den Spalt S_2 hindurchgelassen wird. Dieses isolierte Bündel homogener Strahlen wird von einem Hohlspiegel M mit kurzer Brennweite reflektiert und schließlich auf die berußte Lötstelle eines Radiomikrometers nach Boys (R) konzentriert. Die Selenzelle c kann nach Belieben in die Stellung c' gebracht werden, so daß sie den Lichtstrahl abfängt. Um die Lichtintensität zu verändern, wurde bei W ein „optischer Keil" eingeführt, ferner bei A ein Schirm, um das Licht gänzlich abzuschneiden. Die Selenzelle war mit einer Sammlerbatterie B von 20 Volt und einem aperiodischen D'Arsonval-Galvanometer G in Reihe geschaltet.

Durch einen Nebenschluß K war die Möglichkeit gegeben, die Galvanometerempfindlichkeit von 3×10^{-9} Ampere abwärts zu verändern. Wie bereits erwähnt, wurde die Energie jedes Bündels homogener Strahlung, bevor ich es auf die Zelle auffallen ließ, in jedem einzelnen Falle auf einen solchen Betrag verringert, daß sie einen Ausschlag des Radiometers von 30 mm hervorrief. Dann wurde die Selenzelle so lange

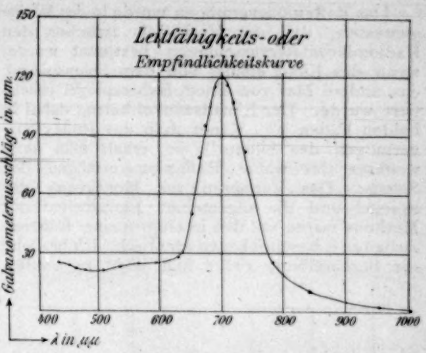


Fig. 2.

exponiert, bis der Galvanometerausschlag ein Maximum erreichte. Die gewonnenen Ergebnisse sind in Tabelle I verzeichnet und in Fig. 2 graphisch dargestellt.

Tabelle I.

λ in μμ	Galvanometerausschlag in mm	λ in μμ	Galvanometerausschlag in mm
435	25	675	96
454	24	683	106
463	22	692	115
482	21	700	120
511	21	711	116
535	23	722	108
570	24	745	83
597	25	787	25
630	28	842	9
655	50	950	2
667	80	1005	1

Reflexionskurve.

Den Spiegel aus metallischem Selen stellte ich in der Weise her, daß ich eine heiße Glasplatte fest auf ein Stück geschmolzenes Selen aufpreßte und dieses dann in den metallischen Zustand übergehen ließ. Nach vielen vergeblichen Versuchen fand ich, daß die Selenschicht mindestens 2 mm dick sein mußte, um die Deformationen der reflektierenden Fläche zu vermeiden, die anderenfalls auftreten, wenn man eine dünnere Schicht in den metallischen Zustand übergehen läßt. Wenn der Umwandlungsprozeß befriedigend verläuft, so findet man, daß der Selenspiegel die Glasplatte vollkommen losläßt und eine ausgezeichnete „bleifarbene" optische Oberfläche hat. Der tatsächlich benutzte Spiegel hatte eine Fläche von 8×12 mm und eine optische Oberfläche, die nur wenig zu wünschen übrig ließ.

Das Reflexionsvermögen wurde in der Weise gemessen, daß das Verhältnis zwischen den Radiomikrometerausschlägen bestimmt wurde, wenn das Licht einmal von dem Selenspiegel, das andere Mal von einem Silberspiegel reflektiert wurde. Der Einfallswinkel betrug dabei in beiden Fällen 5°. Kennt man das Reflexionsvermögen des Silbers [1]), so erhält man ohne weiteres das wahre Reflexionsvermögen des Selens. Das Verfahren zur Montierung der Spiegel und die allgemeinen Einzelheiten der Methode waren mit den in einer meiner früheren Arbeiten [2]) beschriebenen identisch. Ich brauche die Beschreibung daher hier nicht zu wiederholen. Die erhaltenen Ergebnisse sind in Tabelle II aufgeführt und in Fig. 3 dargestellt.

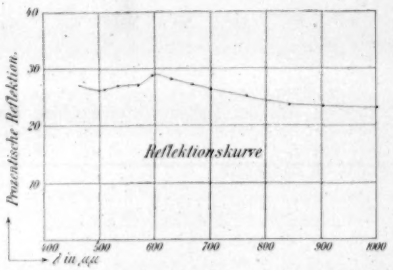


Fig. 3.

Tabelle II.

λ in μμ	Ausschläge in mm		Reflexionsvermögen in Prozenten	
	Selen	Silber	unkorrigiert	korrigiert
463	28,2	95,0	29,7	27
511	35,7	125,0	28,6	26,3
535	45,7	156,0	29,3	27,0
570	34,3	115,7	29,6	27,2
597	38,8	125,0	31,0	28,7
630	34,8	115,5	30,2	28,1
667	35,7	123,0	29,1	27,3
700	38,2	137,0	27,8	26,1
765	37,7	141,5	26,7	25,2
842	39,1	155,2	25,3	23,8
905	37,0	149,0	24,8	23,7
1005	38,0	155,0	24,5	23,5

Absorptionskurve.

Schichten amorphen Selens, die im durchfallenden Lichte rot erschienen, wurden nach dem Übergang in den metallischen Zustand absolut opak. Das einzige Verfahren, das zur Herstellung dünner Schichten aus metallischem Selen anwendbar erschien, war das, bei dem das Selen durch Kathodenzerstäubung niedergeschlagen wird. Zur Herstellung derartiger Schichten benutzte ich den üblichen Typus der Vakuumkammer. In dieser Kammer war die Glasplatte, auf welche das Selen niedergeschlagen werden sollte, 2,5 cm unter der oberen Elektrode angeordnet. Letztere bestand aus Aluminium, das zuvor mit einem Überzug von metallischem Selen versehen worden war. Bisher war es üblich gewesen, den Strom von der Sekundärspule eines Induktoriums oder von einer Hochspannungsbatterie zu verwenden. — Da die Grundplatte der Vakuumkammer eine Aluminiumplatte war (die als andere Elektrode diente), und da dieses Metall nicht zerstäubt wird, so erschien es mir möglich, zur Erzeugung des Selenniederschlages hochgespannten Wechselstrom zu verwenden. Ich benutzte daher den Strom aus der Sekundärspule eines kleinen Umformers. Diese Spule, die 1000 Volt lieferte, verband ich mit dem Entladungsgefäß, und ich fand, daß in zwei Minuten ein starker Selenniederschlag erzeugt wurde. Leider war die Schicht körnig und daher ungeeignet. Ich erhielt jedoch harte, zusammenhängende Schichten, wenn ich in den Primärkreis Widerstand einschaltete und dadurch den Sekundärstrom so weit herabdrückte, bis die Niederschlagszeit auf ungefähr vier Stunden gestiegen war. Höchst wunderbarerweise ergab es sich, daß auf der Glasplatte amorphes Selen niedergeschlagen wurde, obgleich die Kathode mit metallischem Selen überzogen war.

Großen Schwierigkeiten begegnete ich bei dem Versuch, die Schicht in den metallischen Zustand überzuführen. Trotz aller Vorsichtsmaßregeln zog sich das Selen beim Erhitzen beharrlich zu kleinen kugeligen Massen zusammen, wodurch die Schicht diskontinuierlich wurde. Wenn ich auch die zur Herstellung metallischer Schichten geeigneten Bedingungen noch nicht herausgefunden habe, so habe ich doch, rein zufällig, eine in jeder Hinsicht zufriedenstellende Schicht erhalten. Diese Schicht hatte das Maß $9 \times 12 \times 4{,}5 \cdot 10^{-6}$ cm; sie erschien in durchfallendem Lichte graubraun und in reflektiertem Lichte bleifarbig.

Bei der Ausführung von Absorptionsmessungen an dünnen Schichten pflegt man gewöhnlich zwei Schichten von verschiedener Dicke zu verwenden, um dadurch alle Wirkungen auszuschalten, mit Ausnahme der von der Absorptionsänderung durch das Hinzutreten einer Schicht gleich der Differenz der beiden in Frage kommenden Schichtdicken herrührenden. Da ich nun nur eine einzige Schicht zur Verfügung hatte, mußte ich notgedrungen die verschiedenen Verluste durch Reflexion beobachten und die entsprechenden Korrektionen anbringen. (Die Verluste durch die Absorption in der Glasplatte konnten, wie sich herausstellte,

1) Hagen und Rubens, Ann. d. Phys. (4) **8**, 1, 1902.
2) Pfund, Astrophys. Journ. **24**, 19, 1906.

vernachlässigt werden.) Ferner eliminiert man bei der Bestimmung der Schichtdicke mit Hilfe von Interferenzstreifen den Einfluß der Phasenänderung bei der Reflektion gleichfalls durch Verwendung zweier Schichten von verschiedener Dicke. Da nur eine Schicht zu Gebote stand, so sind die hier mitgeteilten Messungen notgedrungen nicht so genau, wie sie bei Verwendung zweier Schichten erhalten worden wären. Sobald es mir gelungen sein wird, die gewünschten Schichten zu erhalten, hoffe ich diese Arbeit zu wiederholen. Einstweilen sind indessen die Ergebnisse genügend genau, um Schlußfolgerungen aus ihnen ziehen zu dürfen.

Die Messung des Absorptionsvermögens erfolgte in üblicher Weise unter Verwendung des Spektrometers und des Radiomikrometers. Wie bereits erwähnt, war die Schichtdicke gleich $^1/_{10}$ der Wellenlänge blauen Lichtes, nämlich $4{,}5 \cdot 10^{-6}$ cm. Die Ergebnisse sind in Fig. 4

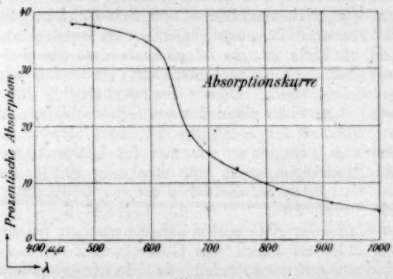


Fig. 4.

aufgetragen. Die Größe „Prozentische Absorption" wird durch den Ausdruck $1 - \frac{T}{\mathcal{J}(1-R)}$ definiert. Darin ist $\mathcal{J}$ die Intensität des auffallenden Lichtes, T die Intensität des durchgelassenen Lichtes und R die prozentische Reflexion des Systems.

Diskussion der Ergebnisse.

Um die Diskussion zu erleichtern, habe ich die Kurven für die Reflexion, für die Absorption und für die Empfindlichkeit in Fig. 5 zusammen eingezeichnet. Aus diesen Kurven wird ersichtlich, daß keine ausgesprochenen Maxima oder Minima der Absorption oder der Reflexion in der Nähe von 700 $\mu\mu$ auftreten. Da die optischen Eigenschaften für sich allein zur Erklärung des Leitfähigkeitsmaximums versagen, so bin ich darauf gekommen, einen anderen Einfluß zu berücksichtigen, der meines Erachtens bisher nicht mit dieser Frage in Zusammenhang gebracht worden ist.

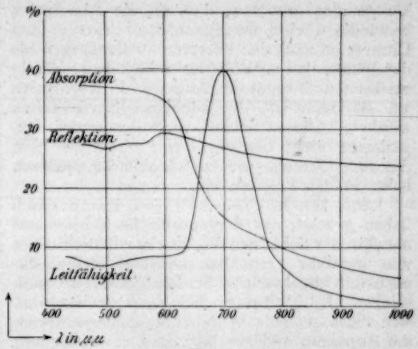


Fig. 5.

Gegenwärtig gilt es als ganz allgemein anerkannt, daß die Leitung im Selen ihrem Charakter nach elektronisch und nicht elektrolytisch ist. Selenzellen, die ich vor mehreren Jahren hergestellt habe (und die in einem ausgepumpten Gefäß aufbewahrt worden waren), zeigten, nachdem sie mehrere Stunden hindurch mit einer Gleichstromdynamo von 110 Volt verbunden gewesen waren, nicht die geringste Spur von Polarisation. Ich habe ferner Zellen aus äußerst reinem Selen hergestellt, das in einem Fall mittels Destillation im Vakuum und im anderen Falle durch Kathodenzerstäubung auf Glas niedergeschlagen worden war. Beide Zellen waren leitend und zeigten eine Empfindlichkeit. Wenn es auch keineswegs endgültig bewiesen ist, so scheint es doch sehr wahrscheinlich, daß die Widerstandsänderungen infolge der Belichtung vom Selen selbst herrühren, und nicht von Seleniden, die als Verunreinigungen vorhanden sind. Diese Ansicht wird durch meine früheren Versuche gestützt, aus denen hervorgeht, daß die Lage des Empfindlichkeitsmaximums durch die chemische Natur des Selenids, das dem Selen beigemischt worden war, nicht beeinflußt wird. Einstweilen wollen wir also annehmen, daß die Leitung elektronischer Natur ist, und daß das Selen selbst die Elektronen liefert.

Auf Grund dieser Anschauung nehmen wir an, daß Licht, wenn es auf Selen auffällt und absorbiert wird, im Atom Resonanz erregt, und daß diese Resonanz ihrerseits zur Austreibung von Elektronen führt und dadurch die Anzahl der für den Stromtransport verfügbaren Elektronen und damit die Leitfähigkeit erhöht[1]). Sofern Resonanz und Absorption Hand in Hand gehen,

1) Wir nehmen an, daß die Änderung der Leitfähigkeit die innere Manifestation eines Effektes ist, dessen äußere Manifestation wir als „photoelektrischen Effekt" kennen.

könnte man erwarten, daß, da die Absorption beständig wächst, wenn man das Spektrum vom Ultrarot an nach den kürzeren Wellenlängen hin durchläuft, daß auch die Leitfähigkeit beständig wachsen und somit im Blau, wo die Absorption am stärksten ist, die höchsten Werte liefern würde[1]). Dieser Schluß wird durch das Experiment nicht bestätigt, und eben hier tritt das neue Element, auf das ich oben hingewiesen habe, in das Problem ein.

Longden[2]), Vincent[3]) und Patterson[4]) haben gezeigt, daß der spezifische Widerstand metallischer Schichten bis zu einer Schichtdicke von ungefähr $5 \cdot 10^{-6}$ cm konstant bleibt, danach mit abnehmender Schichtdicke sehr rasch wächst. J. J. Thomson hat dann gezeigt, daß sich diese schnelle Widerstandszunahme durch die Annahme erklären läßt, daß die Änderung dann einsetzt, wenn die Schichtdicke kleiner wird als die mittlere freie Weglänge der Leitungselektronen im Innern des Metalls. Fig. 6 gibt die Kurve wieder, die Patterson für Silber erhalten hat.

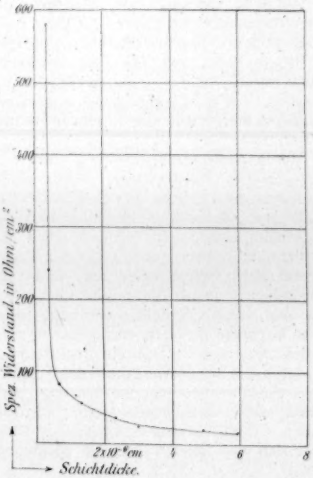


Fig. 6.

Ich muß auf den Umstand hinweisen, daß die Ergebnisse der verschiedenen Beobachter hinsichtlich der „kritischen" Schichtdicke, bei welcher die Widerstandsänderung einsetzt, nicht übereinstimmen. Ferner sind die Ergebnisse nicht dieselben für verschiedene Metalle, oder auch nur für dasselbe Metall (wenigstens nicht, soweit sie aus den Änderungen des spezifischen Widerstandes hervorgehen), wenn die Schichten nach verschiedenen Methoden hergestellt sind. Berücksichtigt man alle diese Punkte zusammen, so geht man meines Erachtens sicher, wenn man die „kritische" Schichtdicke bei einem Werte ansetzt, der von der Größenordnung 10^{-6} cm ist.

Diese Ergebnisse scheinen unmittelbar auf die Leitung in einer Selenzelle anwendbar zu sein. Die Absorptionskurve zeigt, daß die auffallende Energie zum großen Teil in einer Schicht absorbiert wird, deren Dicke von der Größenordnung der kritischen Schichtdicke ist. Da ferner das Leitvermögen einer Zelle durch Belichtung leicht auf das Zehnfache und mehr erhöht werden kann, und da die Dicke der Oberflächenschicht, die diesen erhöhten Strom führt, im Vergleich zur Dicke der Selenschicht (die in diesem Falle ungefähr 0,01 mm betrug) unendlich klein ist, so ist es klar, daß die Leitfähigkeit der Oberflächenschicht verhältnismäßig groß sein muß. Dieser Sachverhalt ist demnach dem Falle einer dünnen Silberschicht, die auf Glas niedergeschlagen ist, vergleichbar zu erachten. Beginnen wir nun im Ultrarot, wo die Eindringungstiefe der Strahlung größer ist als die „kritische" Schichtdicke, so beobachten wir (vergl. Fig. 5), daß das Leitvermögen mit zunehmender Absorption schnell wächst. Wenn wir indessen durch das Gebiet um $\lambda = 700\ \mu\mu$ hindurchgehen, so wird die Eindringungstiefe und folglich die Dicke der stromführenden Schicht gleich der „kritischen" Schichtdicke und danach kleiner als diese. Gerade in diesem Gebiet macht sich die gewaltige Leitfähigkeitsabnahme mit abnehmender Schichtdicke fühlbar und hebt nicht nur die von der Absorption herrührenden Wirkungen auf, sondern verursacht tatsächlich einen scharfen Leitfähigkeitsabfall.

Wenn ich den Ausdruck „Eindringungstiefe" verwende, so setze ich dabei stillschweigend voraus, daß das Licht zur Herbeiführung der Widerstandsänderungen nur so lange wirksam ist, bis die Amplitude auf einen gewissen Mindestwert herabgesunken ist, unterhalb dessen das Licht seine Wirksamkeit verliert. Das stimmt mit der Resonanztheorie überein, denn die größere Amplitude infolge der Resonanz muß einen gewissen Mindestwert überschreiten, ehe Elektronen von dem Atom ausgestoßen werden.

Als notwendige Folge dieser Erklärung ergibt sich, daß, wenn die Wellenlänge, bei welcher das Empfindlichkeitsmaximum auftritt, von der Eindringungstiefe des Lichtes abhängt, daß dann bei Änderung der Lichtintensität (und demgemäß der Eindringungstiefe) die Lage des

1) Da das Reflexionsvermögen keine ausgesprochene Änderung erfährt, so ist es nicht nötig, die Änderungen im Betrage der tatsächlich in das Selen eindringenden Energie in Betracht zu ziehen.

2) Longden, Phys. Rev. **11**, 40, 1900.

3) Vincent, Ann. de chim. et de phys. (7) **19**, 421, 1900.

4) Patterson, Phil. Mag. **58**, 652, 1902.

Maximums verschoben werden muß, und zwar muß die Verschiebung mit zunehmender Intensität nach der Seite der kürzeren Wellen hin erfolgen. Der Versuch, den ich angestellt habe, um diese Folgerung zu prüfen, wurde folgendermaßen ausgeführt: Eine einzelne reflektierende Planglasfläche, die hinter dem Okularspalt des Spektrometers angeordnet war, warf auf die Selenzelle ein Bündel monochromatischer Strahlen, dessen Intensität nur 5 v. H. der Intensität des auf die reflektierende Glasfläche selbst auffallenden Lichtes betrug. (Irgendeine Anordnung, welche die Verwendung eines rotierenden Sektors oder einer Lagenänderung der Zelle in einem divergierenden Lichtstrahlenbündel erforderlich machen würde, wäre aus naheliegenden Gründen nicht einwandfrei gewesen.) Statt so zu verfahren wie früher, und die Intensität der einzelnen monochromatischen Lichtstrahlenbündel stets auf denselben Wert zu reduzieren, nahm ich einfach für die verschiedenen Wellenlängen im Gebiet des Empfindlichkeitsmaximums Galvanometerausschläge, die den Widerstandsänderungen proportional waren. Darauf entfernte ich die Glasplatte und brachte die Selenzelle in den direkten Strahlengang des aus dem Spektrometer auftretenden Lichtbündels; dabei machte ich eine der vorigen ähnliche Reihe von Ablesungen. Ich achtete sorgfältig darauf, daß alle Faktoren, wie der durch die Selenzelle fließende Strom, die Größenordnung des Galvanometerausschlages usf., in beiden Fällen dieselben waren, so daß der einzige Unterschied darin bestand, daß die auf die Zelle auffallende Energie im einen Falle nur $^1/_{20}$ so groß war wie im anderen Falle. Die gewonnenen Ergebnisse sind in Fig. 7 dargestellt. Die ausgezogene Kurve (*a*) entspricht der Widerstandsänderung bei intensiver Belichtung, und die gestrichelte Kurve (*b*) bei schwacher. Man ersieht aus der Figur ohne weiteres, daß die Lage des Maximums in der Kurve (*a*) durch Erhöhung der Intensität nach der Seite kürzerer Wellen hin verschoben worden ist. Diese Beobachtung steht vollkommen im Einklang mit den vorstehenden Ausführungen.

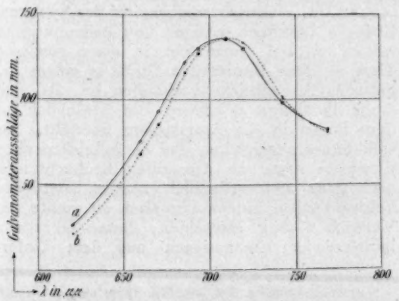


Fig. 7.

Bei der Ausführung dieser Messungen bemerkte ich, daß bei Änderung der Lichtintensität ein ausgesprochener Unterschied in der Zeit bestand, die erforderlich war, damit der Widerstand der Zelle einen Gleichgewichtszustand erreichte. Die bei intensiverer Belichtung erforderliche Zeit betrug sicherlich nicht mehr als 15 Sekunden (das war die Zeit, die das Galvanometer gebrauchte, um eine stationäre Ablenkung zu erreichen), während sie bei schwacher Belichtung auf etwa drei Minuten erhöht werden mußte. Die erforderliche Expositionszeit war ferner für die auf der blauen Seite vom Maximum aus liegenden Wellenlängen kürzer als für die auf der roten Seite liegenden. — Diese Beobachtungen scheinen einen Hinweis zu geben, wenn man sich gegenwärtig hält, daß Lenard[1]) und andere Forscher[2]) bei ihren Untersuchungen über den photoelektrischen Effekt ähnliche Ergebnisse erhalten haben, wenn sie teils kräftige, teils schwache Lichtquellen verwandten. Ich beabsichtige, in allernächster Zeit das photoelektrische Verhalten des Selens gegen verschiedene Wellenlängen zu untersuchen. — Auf Grund der oben erwähnten Theorie darf man erwarten, daß das Maximum der photoelektrischen Wirksamkeit nicht im Rot, sondern vielmehr im Violett liegen wird, wo die Absorption groß ist.

Es gibt noch einen anderen Versuch für die Prüfung der Richtigkeit der vorstehenden Erklärung. Wenn es möglich wäre, eine so dünne Zelle herzustellen, daß sie durchsichtig wäre, so würde die Schichtdicke kleiner sein als die „kritische", und man könnte dann folgerichtig erwarten, daß das Empfindlichkeitsmaximum im Rot fehlen würde. Ich versuchte, die durchsichtige Schicht, die ich zu den Absorptionsmessungen benutzt hatte, in eine Zelle zu verwandeln, aber wegen der mangelhaften elektrischen Kontakte und des hohen Widerstandes der Schicht, konnte ich keinen genügend starken Strom durch das System schicken, um den Versuch mit Erfolg durchzuführen. Ich sah ein, daß einige Zeit verstreichen würde, ehe befriedigende Zellen mit dünnen Schichten hergestellt werden könnten, und beschloß deshalb, angesichts anderer dringlicher Arbeiten, diese Arbeit einstweilen zu unterbrechen.

Zusammenfassung.

Die hier mitgeteilten Ergebnisse lassen sich kurz zusammenfassen, wie folgt:

1. Die Leitfähigkeits- oder „Empfindlich-

1) Lenard, Ann. d. Phys. (4) **2**, 359, 1900.
2) Millikan and Winchester, Phil. Mag. **14**, 188, 1907.

keits"-Kurve des metallischen Selens wurde neu bestimmt.

2. Die Kurven für die Absorption und die Reflexion wurden in dem Gebiet von 450 $\mu\mu$ bis 1000 $\mu\mu$ bestimmt.
3. Ich habe eine Erklärung für das Auftreten des Empfindlichkeitsmaximums aufgestellt, welche die Eigentümlichkeiten berücksichtigt, die das Leitvermögen in dünnen Schichten aufweist.
4. Ich habe gefunden, daß die Lage des Empfindlichkeitsmaximums nach der Seite kürzerer Wellen hin rückt, wenn die Lichtintensität gesteigert wird. Dieser Versuch steht durchaus im Einklang mit der aufgestellten Theorie.

Johns Hopkins-Universität, im März 1909.

(Aus dem Englischen übersetzt von Max Iklé.)

(Eingegangen 30. März 1909.)

Registrierung der dem Erdboden entquellenden Emanationsmengen.

Von H. Ebert.

Mehr und mehr hat sich die Überzeugung befestigt, daß die Hauptursache für die dauernde Regenerierung der Ionen in der freien Atmosphäre — für die unteren, der direkten Beobachtung zugänglichen Schichten wenigstens — in den aus dem Erdboden dringenden Emanationen des Radiums und Thoriums (vielleicht z. T. auch des Aktiniums) zu suchen ist. J. Elster und H. Geitel[1]) fanden in der aus den Erdkapillaren stammenden Luft die Ursache für den auffallend großen Ionenreichtum abgeschlossener Kellerräume und Höhlen und vermuteten bereits, daß sich die gasförmigen Träger der Radioaktivität durch Diffusion in die oberirdischen Luftschichten verbreiteten. H. Ebert und P. Ewers[2]) zeigten, in welcher Weise ein Zusatz von Bodenluft das elektrische Zerstreuungsvermögen abgeschlossener Luftmengen ansteigen läßt und wie sich dieses mit der Zeit wieder verliert. Schon aus den damals von ihnen erhaltenen Kurven ging hervor, daß weder die Radium- noch die Thoriumemanation allein imstande ist, das charakteristische zeitliche Abklingen der beobachteten Wirkung hervorzubringen, sondern daß offenbar beide Arten von Emanation in der Bodenluft gemischt auftreten, was durch alle neueren Untersuchungen bestätigt wird; auch trat bei diesen Beobachtungen zum erstenmal der Einfluß sinkenden Luftdruckes auf das Emporbringen dieser gasförmigen Zerfallsprodukte deutlich hervor.

Ausgedehnte Messungsreihen brachten H. Brandes[1]) zu der Überzeugung, daß der Emanationsgehalt der Bodenluft mit der Tiefe rasch wachse, daß aber schon bei ca. 2 m unter dem Boden die Luft mit Emanation quasi gesättigt, d. h. daß dort das Maximum des Emanationsgehaltes bereits erreicht sei.

H. Mache[2]) bestätigte durch Rechnungen die Ansicht, daß die aus dem Erdboden strömenden Emanationen die maßgebenden Ionisatoren der Atmosphäre seien; denn die aus Messungen des Emanationsgehaltes der freien Atmosphäre von R. Hofmann und Eve unter der Voraussetzung des stationären Zustandes berechnete Ionendichte stimmt in der Größenordnung mit derjenigen überein, welche durch Ionenzählungen mittels des Aspirationsapparates direkt erhalten worden ist. Außerdem zeigte Mache, daß in der Tat schon die Diffusion allein imstande wäre, den normalen Ionengehalt des Luftmeeres dauernd zu regenerieren.

Endlich hat in neuester Zeit A. Gockel[3]) wichtige Beobachtungen über den Emanationsgehalt der Bodenluft mitgeteilt und namentlich auf den Einfluß der Bodendurchfeuchtung und des Gefrierens des Bodens auf den Gehalt der Bodenluft an radioaktiver Emanation hingewiesen.

Bei allen bisherigen Messungen dieses Gehaltes wurde nach dem Vorbilde von Elster und Geitel in der Weise verfahren, daß Proben von Bodenluft entweder erst in ein Hilfsgefäß abgesaugt und aus diesem in das Untersuchungsgefäß übergeführt wurden, oder direkt eine bestimmte Menge Bodenluft in dieses eingesaugt wurde; Messungen der Zerstreuung im Innern dieses Gefäßes lassen dann nach Anbringung verschiedener Korrektionen einen Rückschluß auf die Wirksamkeit der Emanation an der Absaugestelle ziehen. Derartige Messungen können aber naturgemäß nur den Charakter von Stichproben haben. Außerdem ist es für die Beurteilung des Elektrizitätshaushaltes des Systems: Erde — Luftmeer weniger von Bedeutung, zu wissen, wieviel Emanation in einer gewissen Tiefe an einer bestimmten Stelle in einem gegebenen Augenblicke vorhanden ist, als vielmehr die Menge zu kennen, die tatsächlich aus dem Boden in die Atmosphäre übertritt. Da sich ferner gezeigt hat, daß die luftelektrischen Elemente sogar an demselben Beobachtungsorte ganz außerordentlich starken zeitlichen Schwankungen unterworfen sind, so mußte der Versuch wichtig erscheinen, diesen Übergang ionisierender Emanationen aus dem Unter-

1) Diese Zeitschr. **3**, 574, 1902.
2) Diese Zeitschr. **4**, 162, 1902.

1) Inaug.-Diss., Kiel 1905.
2) Wiener Sitzber. **114**, Abt. IIa, 1377, 1905.
3) Diese Zeitschr. **9**, 304, 1908.

grunde in die darüberliegenden Luftmassen mittels eines geeigneten Registrierverfahrens kontinuierlich zu verfolgen. Ferner sind bei den bisherigen Untersuchungen die Wirksamkeiten der emporquellenden Emanationen meist nur in relativem Maße angegeben worden, so daß sie sich schwer miteinander vergleichen lassen. Es war daher wünschenswert, das Registrierverfahren so einzurichten, daß die in Frage kommende Größe in absolutem, d. h. genau vergleichbarem Maße erhalten werde. Endlich war die Abzapfung der Bodenluft zu vermeiden, die Meßanordnung vielmehr selbst in den Untergrund einzubauen, so daß das Um- und Überfüllen der Bodenluft wegfiel.

Nach diesen Gesichtspunkten ist eine Registrieranordnung für das genannte Element in München schon vor drei Jahren in Betrieb gesetzt worden. Dieselbe hat im Laufe der Zeit mannigfache Umwandlungen und Verbesserungen erfahren, sich aber durchaus bewährt. Die Registrierungen hat in den ersten Jahren Herr Lehramtskandidat L. Endrös überwacht, der das von ihm teils in München, teils auf dem Lande bei Augsburg erhaltene umfangreiche Material demnächst diskutieren und veröffentlichen wird, später hat Herr Dr. K. Kurz die Messungen geleitet. An dieser Stelle soll zunächst nur das Prinzip der Methode mitgeteilt werden, eine ausführlichere Beschreibung der ganzen Anordnung wie der Resultate wird an anderer Stelle gegeben werden; bemerkt sei noch, daß die folgende Beschreibung sich auf die zurzeit in München in Betrieb befindliche Apparatur bezieht, die in mehrfacher Hinsicht, namentlich in bezug auf die Abmessungen und die Apparatkonstanten, von früheren Ausführungen, z. B. von der von Herrn Endrös benutzten und zu beschreibenden abweicht; um so erfreulicher ist es, daß die Ergebnisse der verschiedenen Anordnungen doch untereinander sehr gut übereinstimmen. —

In dem Untergrunde ist auf einem durch Häuser und hohe Bäume vor Einflüssen des Erdfeldes geschützten Gartenterrain ein zylindrischer Schacht von 45 cm Durchmesser und 110 cm Tiefe ausgehoben, dessen Wände durch den unten und oben offenen Zinkzylinder CC Fig. 1 geschützt sind. Von unten her kann durch die Grundfläche Bodenluft frei in den Zylinder eintreten; oben ist der Zylinder bis auf wenige kleine Öffnungen durch den Deckel DD geschlossen, so daß der ganze Raum gewissermaßen selbst einen Teil des Untergrundes bildet, der durch eine Fläche von bekannter Größe (1590 $cm^2 = 1/6{,}3$ m^2) mit dem umgebenden Erdreiche kommuniziert. Die in diesen Raum eintretende Emanation äußert ihre Wirksamkeit durch die Bildung von Ionen. Wir

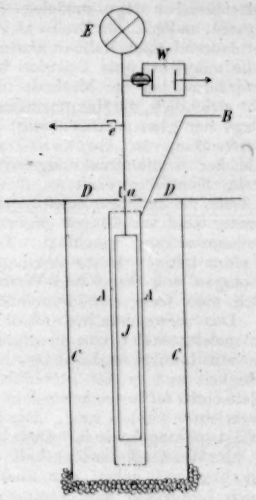


Fig. 1.

wollen die Emanationsmengen mit Mache[1]) durch den Sättigungsstrom messen, den sie im Liter zu unterhalten vermögen: „Machesche Einheiten", wie sie jetzt allgemein angenommen sind. Zu dem Zwecke muß also in dem von CC umschlossenen Raume eine die Ionisierung bestimmende Vorrichtung eingebaut werden. Zwei ebene Platten würden eventuell dazu schon genügt haben. Um aber etwaige Ungleichheiten in der Mischung von eindringender Bodenluft mit der im Schacht stehenden Luft möglichst auszugleichen, habe ich einen meterlangen Zylinderkondensator verwendet, bestehend aus dem äußeren Zylinder AA (Durchmesser 12, Länge 100 cm) und dem inneren, konaxialen Zylinder J (Durchmesser 8, Länge 80 cm), zwischen dessen Wänden also ein Zwischenraum von $V = 7{,}3$ lit. Inhalt vorhanden ist. Der Außenzylinder AA ist unten und oben durch Drahtnetz geschlossen, isoliert an Schraubhaken, die seine genaue vertikale Orientierung gestatten, aufgehängt und mit einer Hochspannungsakkumulatorenbatterie B verbunden. Der ebenfalls genau vertikal und zentrisch in AA herabhängende Innenzylinder J kann bei a von der durch geerdete Hülsen gut geschützten Zuleitung zum Quadrantenelektrometer E abgehoben oder an diese angehängt werden; die Zuleitung zum Innenzylinder geht frei durch das obere Netz von AA hindurch.

1) Wiener Sitzber. 113, Abt. IIa, 1336, 1904.

Ein Erdschlüssel e legt zunächst das ganze innere System an Erde, ein Bronsonwiderstand [1] W bildet dauernd einen Nebenschluß nach Erde hin. Eine möglichst gute Isolation bildete ein Haupterfordernis bei der Methode, aber auch, wie leicht ersichtlich, die Hauptschwierigkeit bei der Anlage der ganzen Anordnung; sie wurde durch Verwendung von „Gockelisolatoren“ [2] mit reichlicher Natriumtrocknung erreicht und unter steter Kontrolle gehalten.

Alle Teile, die Zylinder, Zuleitungen und das Elektrometer sind sorgfältigst gegen jede störende Influenzwirkung geschützt. Das Ganze ist von einer luftigen Hütte überbaut, welche die Wirkungen von Wind und Wetter abhielt und doch eine freie Luftkommunikation gestattete. Das verwendete Instrument E ist ein Quadrantenelektrometer von besonderer Konstruktion mit Induktionsdämpfung, hoher Isolationsfähigkeit und großer Stabilität, welches in der Zeitschrift für Instrumentenkunde besonders beschrieben werden wird. Die Registrierung erfolgt photographisch. Das Diagramm (vgl. Fig. 2) enthält auf der Basislinie die Stundenmarkierung und neben der Elektrometerkurve noch Luftdruck- und Temperaturkurve, aufgeschrieben von einem Sendtnerschen, gegen Temperatureinflüsse korrigierten Metallbarometer und einem Metallthermometer in stark vergrößertem Maßstabe (1 mm Hg = 10 mm, 1° C ebenfalls 10 mm Ordinatendifferenz).

Wird der Außenzylinder AA geladen, etwa positiv, wie es gewöhnlich geschah, so entstehen in dem Ionisationsraum zwei Felder, eines zwischen AA und CC, ein zweites zwischen AA und $\mathfrak{J}$; im ersten sind die Kraftlinien nach außen, im zweiten nach innen gerichtet. Dadurch wird alles, was an positiv geladenen Teilchen (Gasionen, Trägern induzierter Aktivitäten usw.) in dem Schachte vorhanden ist, oder in ihn eindringt, gegen die Wand CC gedrängt und gibt daselbst seine Ladungen ab, welche zur Erde abfließen. Auch im Innern von AA werden die positiven Teilchen, sowie die Spannung angelegt wird, entfernt und gegen $\mathfrak{J}$ getrieben, woselbst sich ihre Ladungen zunächst ebenfalls, solange der Erdschluß bei e noch nicht aufgehoben ist, gegen Erde ausgleichen. Alle negativ geladenen Partikelchen werden auf AA versammelt, aber ebenfalls sofort von der genügende Elektrizitätsmengen nachschaffenden Batterie B immer wieder neutralisiert. Auch durch das untere oder obere Netz von AA können keine irgendwie geladenen Partikelchen in den Zwischenraum $A\mathfrak{J}A$ eintreten, denn die positiven Träger werden von vornherein von der auf AA sitzenden Ladung abgewiesen, die negativen Träger zwar angezogen, aber sie treffen gegen die Netzdrähte, ihre Ladungen werden daselbst neutralisiert; sollten ja einige negativ geladene Teilchen durch die Maschen hindurch in den Raum $A\mathfrak{J}A$ eingetreten sein, so werden sie durch das zwischen AA und $\mathfrak{J}$ bestehende Feld sofort wieder zurückgezogen. In den Zwischenraum $A\mathfrak{J}A$ können also nur reine Emanationen, deren Atome oder Moleküle (zunächst wenigstens) elektrisch vollkommen neutral sind, zur Wirksamkeit gelangen. (Neben der hier beschriebenen arbeitet eine zweite, später zu beschreibende anders eingerichtete Registrieranordnung in der gleichen Station, welche die aus dem Erdboden hervordringenden bereits gebildeten Ionen abzählt.)

Die in den Zwischenraum $A\mathfrak{J}A$ eintretenden Emanationen erzeugen bei ihrem Zerfalle Ionen, und zwar pro Zeit- und Volumeneinheit gleichviel positive wie negative. Wird also die Erdleitung bei e aufgehoben, so beginnt die Nadel des sehr gut gedämpften Elektrometers mit einer Geschwindigkeit zu wandern, welche der in Form von Ionenladungen pro sec in $\mathfrak{J}$ einströmenden Elektrizitätsmenge entspricht.

Das ganze isolierte System besteht nun augenscheinlich aus zwei ganz verschieden funktionierenden Teilen, die bei a voneinander getrennt werden können: dem unteren Teile, der allein Ladungen aufnimmt, aber keine abgeben kann; denn alle Isolationsstützen befinden sich oberhalb, d. h. außerhalb des Schachtes; positive Ladungen werden von AA auf $\mathfrak{J}$ hinübergetrieben, können aber des Feldes wegen nirgends zurückfließen (ausgenommen etwa an dem nach oben führenden Stiele, soweit er über den oberen Netzverschluß von AA herausragt; der hierdurch bedingte Verlust ist aber gering, da die Spannung auf $\mathfrak{J}$ niemals über 1 bis 2 Volt steigt, und dieser Teil außerdem sehr kurz ist). Oberhalb a liegen Teile, die keine Ladungen mehr aufnehmen, sondern solche nur verlieren können, nämlich die Zuleitungen, das angeschlossene Quadrantenpaar und der Bronsonwiderstand mit allen Isolationsträgern. Die Ladungsverluste dieser Teile sind bedingt zunächst durch Isolationsmängel und durch die zwischen die Zuleitungen und deren geerdete Schutzhüllen eindringende ionisierte Luft; diese Verluste sind wechselnd, aber im allgemeinen sehr klein gegen die Elektrizitätsmengen, welche durch den Bronsonwiderstand W abfließen; diese sind aber regelmäßig und folgen dem Coulombschen Zerstreuungsgesetze bzw. dem Ohmschen Gesetze, d. h. W entläßt pro Zeiteinheit Elektrizitätsmengen von dem sich aufladenden isolierten System, welches er von Erde trennt, die proportional mit der Spannung selbst wachsen. Die Konstruktion zuverlässiger Bronson-

1) H. L. Bronson, American Journ. of sc. (4), **19**, 185, 1905; vgl. auch E. Ladenburg, Verh. d. D. Phys. Ges. **9**, 165, 1907 und diese Zeitschr. **8**, 590 u. 775, 1907.

2) Vgl. A. Gockel, diese Zeitschr. **6**, 328, 1905.

widerstände von der Ordnung einiger Billionen Ohm, wie sie hier erfordert werden, bot anfangs Schwierigkeiten, u. a. infolge jener eigentümlichen und schwer kontrollierbaren Schwankungen der Strahlungsintensitäten gewisser Präparate, welche neuerdings von E. Meyer und E. Regener[1]) eingehender studiert worden sind. Indem völliger Luftabschluß herbeigeführt und die mit dem isolierten System verbundene Elektrode den Wänden ziemlich nahe gebracht wurde, vor allem aber indem ein bereits gealtertes, von Herrn Prof. Giesel 1904 hergestelltes und mir freundlichst überlassenes Präparat verwendet wurde, gelang es, einen sehr konstanten und leicht und sicher wieder reproduzierbaren Widerstand herzustellen, der namentlich den großen Vorteil vollkommener Temperaturunempfindlichkeit innerhalb der in der Registrierstation vorkommenden Temperaturbereiche aufwies. In der ausführlichen Mitteilung wird eine nähere Beschreibung dieser Widerstände und ihrer elektrometrischen Prüfung folgen. Hier soll nur die Art kurz skizziert werden, wie die mit dem geeigneten Bronsonwiderstande ausgerüstete Anordnung geeicht wird: Nach Erdung bei e und Erdung von AA sowie Aushängung des Innenzylinders $\mathcal{J}$ bei a und nach Herausnahme des ionisierenden Präparates aus der Widerstandszelle W wird die Kapazität C des ganzen oberen Teiles durch Ladeteilung mit dem Harmsschen Kondensator sowie der Reduktionsfaktor R bestimmt, welcher die Skalenteile S in elektrostatische Spannungseinheiten umzurechnen gestattet. Hierauf wird das Präparat in W eingesetzt, das obere System geladen, dann sich selbst überlassen und nun der sekundliche Rückgang des Lichtzeigers in Skalenteilen s ermittelt, wobei ein graphischer Ausgleich von Vorteil ist. Dieser Rückgang erweist sich in der Tat dem jeweiligen Gesamtausschlage S proportional, dem Ohmschen Gesetze entsprechend, so daß $K = s/S$ eine für den am Bronsonwiderstande eingestellten Widerstandsbereich charakteristische Apparatkonstante ist, die natürlich während längerer Beobachtungsreihen öfters kontrolliert, und je nach der Jahreszeit und damit der zu erwartenden Emanationsmenge durch andere Einstellung am Widerstande W geeignet einreguliert wird. Der sekundliche Spannungsverlust in absoluten Einheiten ist dann $s \cdot K$, die pro Zeiteinheit abfließende Elektrizitätsmenge $C \cdot s \cdot R$ elektrostatische Einheiten. Nach diesen Bestimmungen wird $\mathcal{J}$ wieder angehängt, AA geladen und die Erdleitung bei e aufgehoben.

Unter der Wirkung der unterhalb der Stelle a durch das Feld dem System zugeführten Elektrizitätsmenge und der oberhalb von a pro Zeiteinheit wieder abfließenden Menge wird sich alsbald ein stationärer Zustand herausbilden, der dadurch bestimmt ist, daß die zufließende Elektrizitätsmenge der abfließenden gerade gleich ist. Hierbei wird sich der Lichtzeiger des Elektrometers auf einen bestimmten Skalenteil S einstellen, der durch folgende Beziehung eindeutig bestimmt ist: In jeder Sekunde werde pro dm^3 eine Elektrizitätsmenge i in Form positiver Ionenladungen erzeugt; dann ist i zugleich das Maß für die augenblicklich in dem Schachte vorhandene aus dem Boden ausgetretene Emanationsmenge in Macheschen Einheiten. Die auf den Innenzylinder $\mathcal{J}$ in der Zeiteinheit übertragene Elektrizitätsmenge beträgt $i \cdot V$ elektrostatische Einheiten. Die an AA angelegte Spannung betrug meist 200 bis 240 Volt; eingehende Versuche hatten gezeigt, daß alsdann zwischen AA und $\mathcal{J}$ sicherlich Sättigungsstrom herrscht. Hat das Elektrometer eine bestimmte Stellung S angenommen, so muß die sekundlich in dem oberen Teile des Systems wieder abfließende Menge ebenso groß, d. h. es muß

$$i \cdot V = C \cdot s \cdot R$$

sein, wobei s mit dem betreffenden Skalenteil S der Einstellung durch die Gleichung $s = K \cdot S$ zusammenhängt, so daß

$$i = M \cdot S$$

wird, wo $M = C \cdot K \cdot R/V$ derjenige Reduktionsfaktor ist, welcher die Ordinaten der Registrierkurven direkt in Machesche Einheiten (M.E.) umzurechnen gestattet. Da einer solchen Einheit $2{,}94 \cdot 10^6$ pro sec im cm^3 gebildete Ionen entsprechen (die Ionenladung zu $3{,}4 \cdot 10^{-10}$ elektrostatische Einheiten angenommen), so kann man aus der Kurve sofort auch auf die Bildungsgeschwindigkeit q der Ionen schließen und hieraus bei bekanntem Wiedervereinigungskoeffizienten α unter der Voraussetzung eingetretenen stationären Zustandes weiter auf die Ionendichte $n = \sqrt{q/\alpha}$.

Bei der gegenwärtig arbeitenden Anordnung ist z. B. $R = 7{,}25 \cdot 10^{-5}$, $C = 71{,}6$ cm, $s/S = K = 2{,}12 \cdot 10^{-3}$, so daß $M = 1{,}51 \cdot 10^{-6}$ und $q = 4{,}44$ mal mm Ordinatenhöhe wird.

Fig. 2 gibt ein Kurvenbeispiel im Maßstabe von ca. $^1/_3$ (die Originaldiagramme haben 18 cm Höhe und 24 cm Länge). Man erkennt hier das um diese Jahreszeit zwischen 6 und 9 Uhr früh fallende sehr ausgeprägte Morgenmaximum, das sich deutlich trotz des schwach ansteigenden Luftdruckes und der merklich sinkenden Lufttemperatur markiert.

Mit der Zeit werden sich auf der Oberfläche von $\mathcal{J}$, welche hierbei die Rolle der Kathode spielt, Zerfallsprodukte der Emanationen absetzen, welche ihrerseits durch die von ihnen

1) Ann. d. Phys. (4), **25**, 767, 1908.

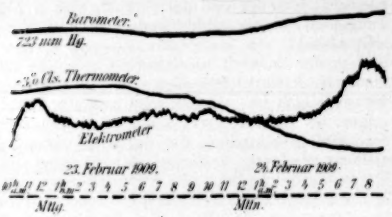


Fig. 2.

ausgehenden Strahlungen Ionen in dem Raume AJA erzeugen. Ihren Einfluß bestimmt man, indem man die Zylinder gelegentlich auswechselt und im Laboratorium gesondert auf die auf ihnen induzierte Aktivität prüft. Da der Einfluß dieser Induktionen offenbar in demselben Sinne wie die Emanationen wirkt, so hat man den ihnen entsprechenden Betrag von den Kurvenordinaten in Abzug zu bringen. Endlich könnte sich auch noch die durchdringende Strahlung in der Nähe des Erdbodens ionenerzeugend mitbeteiligen. Da aber die ganze Anordnung, wie erwähnt, überdacht ist, und jene Strahlung nach den Untersuchungen von H. Mache und T. Rimmer[1]) namentlich dem durch die atmosphärischen Niederschläge auf der Erdoberfläche abgesetzten *Ra B* und *Ra C* zuzuschreiben ist, so könnte jene Strahlung im Schachte wohl hauptsächlich nur von der Erdsubstanz selbst ausgehen und damit konstant sein.

Das zahlreiche Kurvenmaterial ist nur erst zum Teil durchdiskutiert. Doch läßt sich schon so viel erkennen, daß die dem Erdboden entsteigende Emanationsmenge eine deutliche tägliche und vielleicht auch eine jährliche Periode zeigt. Gegen Morgen liegt das Hauptmaximum, im Laufe des Vormittags sinkt die Tageskurve mehr oder weniger rasch herab, erhebt sich um Mittag herum oder kurz nach Mittag in einem niedrigen intermediären Maximum empor, sinkt im Laufe des Nachmittags noch stärker und steigt erst gegen Abend wieder an. Die Tagesstunden, auf welche die Morgen- und Abendmaxima fallen, variieren mit der Jahreszeit, sie sind offenbar an den Auf- und Untergang der Sonne gebunden. Die Tageskurve zeigt eine auffallende Ähnlichkeit mit derjenigen, welche P. H. Dike[2]) auf ganz anderem Wege in Cambridge (England) gefunden hat.

Bestimmend für die Variation der aus dem Boden austretenden Emanationsmengen scheint in erster Linie das allgemeine Zirkulationssystem der Atmosphäre zu sein; alle Elemente, die dieses unterhalten, wie Sonnenbestrahlung, Bodenerwärmung, die ansaugende Wirkung aufsteigender Luftströme spielen darum hierbei eine Rolle. Durch diese primären Einflüsse können andere, z. B. diejenigen des Luftdrucks, ganz überdeckt werden; nur bei plötzlich sinkendem Barometerstande antwortet das Diagramm regelmäßig mit einer Kurvenhebung. Modifiziert werden alle diese Einwirkungen, namentlich diejenigen der freien Diffusion, durch die Durchlässigkeit des Bodens, wie schon Gockel hervorgehoben hat.

Es ist klar, daß die hier durchgeführten Registrierungen, was die Höhe der erhaltenen Werte betrifft, zunächst nur eine örtliche und damit eine mehr oder weniger individuelle Bedeutung haben; auch kann man nicht ohne weiteres angeben, welcher Bruchteil der aus dem Sechstelquadratmeter Bodenfläche entströmenden Emanationsmenge ihren Weg durch den Zwischenraum AJA nimmt. Außerdem müßte noch eine Korrektion insofern angebracht werden, als ja nicht allen von der Emanation gebildeten α-Teilchen eine ihrer Reichweite entsprechende Bahnlänge in der Zylinderanordnung zur Verfügung steht, auf der sie ihre ionisierende Wirkung voll und ganz ausüben könnten. Endlich wäre es natürlich von größter Wichtigkeit, den Apparat so zu eichen, daß aus seinen Angaben unmittelbar geschlossen werden könnte, wie vielen Milligrammen zerfallenden Radiums die durch ihre ionisierende Wirkung gekennzeichnete Emanationsmenge entspricht. Dies erlaubt die beschriebene Anordnung augenscheinlich ohne weiteres noch nicht. Wohl aber kann man daran denken, sie in dieser Weise zu eichen, indem man im Laboratorium Emanation von bekannten Radiummengen durch den Apparat schickt und die entsprechenden Kurven registriert. Davon ist zunächst noch Abstand genommen worden. Es war vorerst überhaupt einmal von Wichtigkeit, die Grenzen, innerhalb deren das so wichtige Element des Emanationsaustausches schwankt, sowie den Verlauf der zeitlichen Variationen desselben kennen zu lernen, sowie das Eingreifen der meteorologischen Bedingungen in diesen Verlauf zu studieren. Es wäre sehr erwünscht, wenn des Vergleichs halber derartige Registrierungen auch an anderen Orten mit anders geartetem Untergrunde in Angriff genommen würden.

München, Physikal. Institut der Technischen Hochschule, Februar 1909.

(Eingegangen 11. März 1909.)

1) Diese Zeitschr. **7**, 617, 1906.
2) Terr. Magn. and atmospher. electricity **11**, 125, 1906.

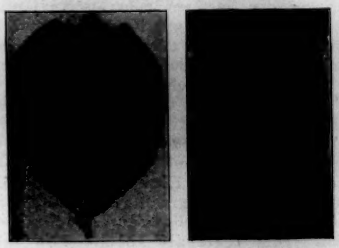
Zur experimentellen Prüfung der Abbeschen Lehre von der mikroskopischen Bilderzeugung.

Von St. Landau.

Was die experimentelle Prüfung der Abbeschen Lehre betrifft, so wird in den Lehrbüchern der Optik[1]) auf die von Zeiß dazu gelieferte Vorrichtung hingewiesen. Ohne Zweifel sind diese Tatsachen von größtem Interesse für jeden Mikroskopisten, dem man aber schwer den Besitz spezieller Apparate zumuten kann. So wird es vielleicht nützlich sein, wenn ich bemerke, daß man die Abbesche Lehre an jedem Mikroskop mit Hilfe der gewöhnlichen Objekte ebensogut wie mit der Zeißschen Vorrichtung zu prüfen imstande ist.

Als Diffraktionsplatte wird eine Schmetterlingsschuppe angewendet. Und es eignen sich hierzu ganz vollkommen die Schuppen des gewöhnlichen weißen Schmetterlings (Pieris Brassicae); auch andere Arten kommen in Betracht. Mit anderen natürlichen Objekten, z. B. gestreiften Muskelfasern, konnte ich keine guten Resultate erzielen.

Die erste Blende, die an der Stelle der Iris eingesetzt wird, kann ruhig weggelassen werden; man gewinnt somit an Helligkeit und kann die Versuche auch bei schwachem Tageslichte vollführen. Die zweite Blende, die sich in der Nähe der Fokalebene des Objektivs befinden soll, wird aus schwarzem Papier ausgeschnitten und in der oberen Öffnung befestigt. Um die Stellung der Blende gegen das Objekt ändern zu können, wird



A B

Schuppen von Vanessa Janira. A. Spalt parallel zur Längsachse. B. Spalt senkrecht zur Längsachse.

der Objektträger gedreht; man kann aber auch das Objektiv nur teilweise in die Fassung hineinschrauben und so eine Bewegungsfreiheit an der Blende haben. Sind schließlich mehrere Schuppen im Präparat vorhanden, so wird man immer diejenigen finden können, welche die gewünschte Orientierung haben.

1) Drude, Optik, S. 222; Müller-Pouillet (Lummer) 10. Aufl., S. 447; Zimmermann, Das Mikroskop (russ. Übersetzung), St. Petersburg 1896, S. 46.

Die Schuppen haben zwei Streifensysteme, die zueinander rechtwinklig sind. Aus den hier beigefügten Reproduktionen wird man nur einigermaßen schließen können, wie deutlich die Veränderung der Struktur mit der Einstellung der Blende zu beobachten ist.

Der Spalt in der Blende hatte etwa 0,7 mm Breite. Macht man mehrere solche Ausschnitte, so bekommt man die bekannten Erscheinungen der Verdoppelung, Verdreifachung usw. der Streifenzahl.

Will man diese Erscheinungen am Mikroskop selbst einer größeren Anzahl von Personen demonstrieren, so wird man zweckmäßig folgende Einrichtung anwenden. Ein Messingring wird in die untere Öffnung des Okulars hineingepaßt. Mit diesem ist mit Hilfe von Drähten ein anderer kleinerer Ring verbunden, der beinahe bis zur Objektivöffnung reicht. Auf ihn werden die Blenden eingelegt. Durch Ausziehen des Tubus kann der Abstand Objektivfokus—Blende reguliert werden. Beim Drehen des Okulars kann man bequem die gewünschten Erscheinungen beobachten.

(Eingegangen 21. März 1909.)

Gesichtspunkte für ein Strahlungsgesetz. I.

Von Max Reinganum.

Als Beitrag zu den vielfachen gegenwärtigen Erörterungen des Strahlungsproblems seien im folgenden einige Gesichtspunkte über den Gegenstand mitgeteilt, die bisher in der Literatur nicht erwähnt sind.

1. Wir setzen einen Raum voraus, in dem sich N schwingungsfähige Elektronen von der Frequenz ν befinden sollen. Von diesen Elektronen soll jedoch nur ein bestimmter Bruchteil, sagen wir der Bruchteil α, bei der Temperatur T sich im augenblicklichen Schwingungszustand befinden, während die anderen ruhen sollen. Das Gleichgewicht soll ein dynamisches sein, d. h. schwingende und ruhende Elektronen wechseln in ihrer Funktion miteinander ab. Der „Ruhezustand" braucht keiner von absoluter Ruhe des Elektrons zu sein, nur soll in demselben nicht Energie der speziellen Schwingungszahl ν vom Elektron ausgesandt werden. Im folgenden betrachten wir ihn aber als den am Atom festhaftenden Zustand des Elektrons. — Mit wachsender Temperatur soll sich der Bruchteil α immer mehr der Eins nähern, d. h. als Grenzwert bei sehr hoher Temperatur sollen alle schwingungsfähigen Elektronen wirklich stets schwingen. (Ein naheliegender Grund für unsere Vorstellung ist der, daß eine gewisse Arbeit geleistet werden muß, um das Elektron aus dem ruhenden Zustande in

den Schwingungszustand zu bringen, die zu der eigentlichen kinetischen und potentiellen Energie der Schwingung noch hinzukommt.) — Unsere obige Vorstellung können wir nun auch durch die folgende ersetzen: Betrachten wir ein einzelnes der Elektronen t Sekunden lang, wobei t eine gegen die Schwingungsperiode große Zeit ist, so wird es sich während der Zeit αt im Schwingungszustande befinden, während der Zeit $(1-\alpha)t$ nicht; die mittlere lebendige Kraft eines Elektrons während aller Schwingungszustände der Frequenz ν, deren einzelne Zeitdauern wir mit τ bezeichnen wollen, nennen wir $\overline{L_\nu}$; ebenso groß ist, da eine harmonische Schwingung vorliegt, die mittlere potentielle Energie der Schwingung; die mittlere Gesamtenergie während aller einzelnen Schwingungszeiten τ sei somit $2\overline{L_\nu}$. Suchen wir nun aber die mittlere auf die Schwingungszahl ν bezogene Energie während der beobachtbaren zusammenhängenden Zeit t, so ist diese kleiner als $2\overline{L_\nu}$ und ergibt sich leicht zu $2\alpha\overline{L_\nu}$. Die einzelnen Zeitintervalle τ, die wir uns in Größe und zeitlichen Abständen ganz unregelmäßig verteilt denken, sollen in so kurzen Zeiten wechseln, daß bei Energiebeobachtungen nur die mittlere Energie $2\alpha\overline{L_\nu}$ während der ganzen Zeit t in Frage kommt.

Nun schreiben wir mit Herrn Planck[1]) die Gleichgewichtsbeziehung zwischen Äther und Resonator

$$u_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} U_\nu. \qquad (1)$$

u_ν bedeutet den Energieinhalt an Strahlung der Volumeneinheit des Vakuums, c die Lichtgeschwindigkeit, U_ν die mittlere Schwingungsenergie des Resonators. Für letztere haben wir also nach unseren Voraussetzungen $2\alpha\overline{L_\nu}$ zu setzen, d. h. wir haben alle Energieanteile wegzulassen, die sich nicht direkt auf die harmonische Schwingung der Frequenz ν beziehen. Wenn wir also auch im folgenden im Einklang mit der statistischen Mechanik annehmen, daß während der Schwingungszeiten τ die Schwingungsenergie die von der kinetischen Gastheorie geforderte Größe hat, d. h. nach der Bezeichnungsweise von Planck kT beträgt, so ist doch während der Zeit t die mittlere Energie U_ν, welche für Gleichung (1) in Frage kommt, kleiner und gleich αkT. Während also die bisherigen Theorien des kinetischen Gleichgewichts zu der Beziehung führen (Gesetz von Rayleigh-Jeans):

$$u_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} kT, \qquad (2)$$

erhalten wir

$$u_\nu = \frac{8\pi\nu^2}{c^3} \alpha kT. \qquad (3)$$

α ist nach Voraussetzung eine Funktion der Temperatur und kann natürlich noch eine solche der Schwingungszahl sein, nähert sich aber in allen Fällen mit wachsender Temperatur der Eins[1]).

Wir haben schon einen Grund erwähnt, aus dem unsere Vorstellung statthaben kann. Wir nehmen an, daß jedes schwingungsfähige Elektron mit einer gewissen Kraft an seinem Atome festhalten wird, und zunächst eine bestimmte Arbeit zu leisten ist, um es in den Zustand zu bringen, in dem es schwingen kann. Dann muß nach den Sätzen des thermodynamischen Gleichgewichts stets ein gewisser Bruchteil aller Elektronen festgebunden sein, während ein anderer, mit der Temperatur wachsender, sich im Schwingungszustand, befindet, analog, wie sich bei einer Flüssigkeit stets ein Bruchteil der Moleküle in der Dampfphase und der andere in der Flüssigkeitsphase befindet. — Daß mit wachsender Temperatur neue Freiheitsgrade der Schwingungen auftreten oder vielmehr erst erheblich werden, wie unsere Vorstellung ergibt, ist kaum eine neue Annahme und wird durch die Erfahrungen der Spektralanalyse schon lange nahegelegt. — Während in der Optik die am Atom schwingenden Elektronen gewöhnlich als gebundene bezeichnet werden, führen wir also außerdem noch stärker gebundene, sagen wir mit dem Atom „starr verbundene Elektronen" ein. Der Übergang der letzteren zum loseren „gebundenen" Zustande soll mit Energieaufwand verknüpft sein. Um nun mit Hilfe unserer Hypothese zu einem Strahlungsgesetz zu kommen, genügt aber die Annahme der genannten Arbeit allein noch nicht, wenn wir diese nicht als bestimmte Funktion der Schwingungszahl annehmen, und zwar müssen wir sie, wie gleich zu sehen, direkt proportional der Frequenz ν setzen. Elektronen von hoher Schwingungsfrequenz haften also hiernach zu einem größeren Bruchteil an ihrem Atom fest, als solche von langsamer Schwingungsdauer. Dies ist nicht unwahrscheinlich, da ja auch bei rascher Schwingung die in die Ruhelage treibende Kraft eine größere ist. Nennen wir die Übergangsarbeit zum loseren Zustande E_ν, so setzen wir also:

$$E_\nu = b \cdot \nu, \qquad (4)$$

worin b eine Konstante ist.

Es liegt nun nahe, in Analogie mit der

1) M. Planck, Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung (Leipzig 1906), Gleichung 194, S. 124. Wir gehen später darauf ein, wie weit wir die Gleichung auf unseren Fall anwenden dürfen.

1) Auch die rein statistischen Theorien, wie die von Jeans, können ja auch im Grund der Energieüberträger von Materie auf Äther, der Resonatoren, nicht entbehren (s. Planck, l. c., S. 175), und werden zu (3) führen, wenn man annimmt, daß ein Resonator nicht ununterbrochen mit der Schwingungszahl ν schwingen kann.

Clausius-Clapeyronschen Gleichung und den Formeln für die Dissoziation der Gase dem Bruchteil der schwingenden Elektronen die Form zu geben:

$$a = e^{\frac{M \cdot b\nu}{\mu \cdot RT}}. \qquad (5)$$

Hierin bedeutet μ die Masse des Elektrons, M sein „Molekulargewicht", $b\nu : \mu$ also die „Loslösungsarbeit" pro Masseneinheit, R die Gaskonstante. Schreiben wir

$$\beta = \frac{bM}{R \cdot \mu}, \qquad (6)$$

so erhalten wir durch Einsetzen von (5) und (6) in (3)

$$u_\nu = \frac{8\pi\nu^2 kT}{c^3} e^{-\frac{\beta\nu}{T}}.$$

Dieser Ausdruck ist nichts anderes, als die von Lord Rayleigh versuchsweise aufgestellte Gleichung[1]). Diese erfüllt, wie leicht zu sehen, das Stefansche Gesetz der Gesamtstrahlung und das Wiensche Verschiebungsgesetz. Für lange Wellen stellt sie auch die Versuchsresultate gut dar, reicht aber, wie die Herren Lummer und Pringsheim gezeigt haben, für kurze Wellen nicht aus; natürlich können wir bei unserer etwas summarischen Annahme über die Temperaturabhängigkeit von a keine endgültige Strahlungsgleichung erwarten.

In folgender Weise können wir jedoch unsere Vorstellung genauer durchführen. Wir nehmen an jedem Atom, in der Bezeichnungsweise von L. Boltzmann, einen „empfindlichen Raum" von der Größe ω an[2]). Befindet sich das zu dem Atom gehörende Elektron in diesem Raum, so soll es mit dem Atom starr verbunden sein, jedenfalls nicht mit der Frequenz ν schwingen. Außerdem sei aber am Atom ein zweiter Raum Ω vorhanden. Wenn sich das Elektron in diesem befindet, so soll es vermöge der dortigen Kraftverhältnisse Schwingungen der Frequenz ν ausführen können. Der Übergang von ω zu Ω sei mit dem Arbeitsaufwand E_ν verknüpft. Dagegen sei die Übergangsarbeit eines Elektrons von einem Atom auf ein anderes unendlich. Dadurch behält jedes Atom das eine zu ihm gehörende Elektron. Das Problem ist nun ein streng gegebenes, wenn auch ziemlich spezielles. Das Verhältnis der Wahrscheinlichkeit, daß sich das Elektron in Ω befindet zu der, daß es in ω ist, ist gleich dem Verhältnis beider Räume, multipliziert mit $e^{-\frac{M \cdot E_\nu}{\mu \cdot RT}}$. Sind N Atome mit zusammen N Elektronen vorhanden, so ist also in einem Augenblick

$$\frac{N_\Omega}{N_\omega} = \frac{\Omega}{\omega} e^{-\frac{M E_\nu}{\mu RT}},$$

wenn wir mit N_Ω die Zahl der Elektronen, die in Räumen Ω sind, mit N_ω diejenigen, die sich in Räumen ω befinden, bezeichnen. Ferner ist $N = N_\Omega + N_\omega$. Also ist

$$\frac{N_\Omega}{N} = a = \frac{1}{1 + \frac{\omega}{\Omega} e^{\frac{M E_\nu}{\mu RT}}}.$$

Schreiben wir das Verhältnis ω zu Ω gleich r und führen wieder für E_ν die Beziehung (4) und Bezeichnung (6) ein, so erhalten wir durch Einsetzen in (3) eine Gleichung, die noch eine Konstante mehr, nämlich das Raumverhältnis r, als die Rayleighsche sowie die Plancksche und Wiensche enthält. Sie lautet:

$$u_\nu = \frac{8\pi\nu^2 \cdot kT}{c^3 \left(1 + re^{\frac{\beta\nu}{T}}\right)}. \qquad (7)$$

Trotz der Verfügung über eine Konstante mehr gelingt es aber doch nicht, eine genügende zahlenmäßige Übereinstimmung zwischen (7) und der Planckschen Gleichung über ein größeres Gebiet von Wellenlängen und Temperaturen zu erhalten, und dies müßte wohl der Fall sein, wenn Gleichung (7) die Beobachtung richtig darstellen soll. Es bleibt aber immer noch zu bedenken, daß die Strahlungsformel für sehr lange Wellen bisher nur bis auf einen willkürlichen Faktor geprüft wurde, so daß es doch fraglich ist, ob der Plancksche Ausdruck der einzig mögliche ist. Andererseits spricht gegen unsere Gleichung, daß sie für sehr kurze Wellen die Rayleighsche und nicht die Wiensche Form erhält.

Wenn ich mir erlaube, im Vorhergehenden nicht ganz endgültige Formeln für die Strahlungskurve mitzuteilen, so geschieht es in der Überlegung, daß zahlreiche Autoren sich bisher mit rein qualitativen Betrachtungen begnügt haben, um das Energiemaximum zu erklären.

Fragen wir uns nun noch nach der Berechtigung der als richtig vorausgesetzten Gleichung (1). Sie ist von Planck für den Fall schwach gedämpfter Resonatorschwingungen abgeleitet. Solche können wir auch voraussetzen, nehmen aber noch in unserem Bilde zeitweise plötzliche Unterbrechungen des Schwingungszustandes an. Trotzdem dürfte Gleichung (1), die sich durch ihre Einfachheit auszeichnet, zu Recht bestehen. Denn nach der sehr allgemeinen Betrachtungsweise von Herrn Jeans wird man ebenfalls zur Beziehung (1) geführt. Man sieht das am besten, wenn man in der Darstellung dieser Theorie bei Herrn Planck, loc. cit., bei der letzten Gleichung der Seite 176 stehen bleibt, also den Übergang zum Gleichgewicht mit der Materie (S. 177 oben) nicht

1) Siehe: Winkelmanns Handbuch d. Physik, 2. Auflage (Leipzig 1906), Bd. III, S. 385. — Phil. Mag. (5) **49**, 539, 1899.
2) L. Boltzmann, Gastheorie II (Leipzig 1898), § 60 und VI. Abschnitt.

mehr macht. Faßt man dort L als kinetische Energie pro Freiheitsgrad eines Resonators auf, unabhängig, ob dieses seinerseits im Gleichgewicht mit der Materie steht, so ist genannte Gleichung identisch mit (1)[1].

Dagegen wird es stets Bedenken haben, Gleichung (1) auch dann noch als richtig anzunehmen, wenn die Energie nur sprungweise sich ändern kann, und dabei die Sprünge von der Größe der mittleren Resonatorenergie U_r selbst und sogar noch weit größer werden. Dies ist aber in den Theorien der Herren Planck und Einstein der Fall, sie verwenden aber trotzdem die Gleichung. Es ergibt sich nämlich, wie leicht zu zeigen, daß die Planckschen Energieelemente $h\nu$ (bei Einstein Lichtquanten) größer werden, als die Resonatorenergie U_r selbst, sobald nur der Exponentialausdruck der Planckschen Gleichung größer als zwei wird. Denn es ist nach Planck, l. c., Gl. (231):

$$\frac{U_r}{h\cdot\nu} = \frac{1}{e^{\frac{h\nu}{RT}} - 1}. \qquad (8)$$

Die Energieelemente werden aber erst wesentlich, wenn die Exponentialfunktion ins Spiel kommt. Dann ist aber auch sehr bald wegen der rechten Seite der Gleichung $h\nu > U_r$. Sobald aber dies der Fall ist, kann der Resonator nicht dauernd in Schwingung sein, da sonst seine mittlere Energie größer als U_r wäre. Somit werden wir auch auf diesem Wege aus der Planckschen Betrachtung direkt auf die zeitlichen Unterbrechungen der Resonatorschwingungen geführt. Somit führen wir in dieser Beziehung keine neue Hypothese ein, ersetzen nur die Hypothese der Energieelemente bzw. Lichtquanten durch die unserer bisherigen Naturbetrachtung näher liegende Anschauung einer Dissoziationsarbeit.

Unsere Theorie führt auch zu einigen Resultaten, die aus der Annahme von Energieelementen hergeleitet wurden. Herr Stark erklärt den dunklen Raum, der zwischen den durch Dopplereffekt verschobenen Linien und den nicht verschobenen bei Kanalstrahlen besteht, dadurch, daß erst Licht ausgesandt wird, wenn die kinetische Energie des Kanalstrahlenteilchens den Mindestwert $h\nu$ erhalten hat. Bei uns wäre auch ein Mindestwert des Vorrats an kinetischer Energie nötig, damit nämlich zunächst die Loslösungsarbeit geleistet werden kann, und zwar ergibt sich, da $\frac{h\nu}{k} = \frac{E_r M}{R\cdot\mu}$, und wenn man die Beziehung von k zu R nach der Gastheorie betrachtet, ebenfalls genau der notwendige Arbeitsvorrat zu $h\cdot\nu$. Den zweiten verschobenen Streifen kann jedoch unsere Theorie nicht aus demselben Gesichtspunkt erklären, doch stehen auch der Starkschen Anschauung hier (daß hier die Energie zweier Elemente vorliegt) wohl noch experimentelle Bedenken entgegen.

In bezug auf die spezifische Wärme fester Körper erhalten wir ebenfalls ein ähnliches, wenn auch nicht dasselbe Resultat wie Herr Einstein. Indem wir nämlich postulieren (ähnlich wie Herr Einstein fordert, daß die Lichtquanten auch für die Energie der Atomschwingungen gültig sind), daß auch bei Schwingungen der Atome um ihre Gleichgewichtslage eine Übergangsarbeit aus einem starr verbundenen Zustand existiert (eine Art Umwandlungsarbeit aus einem System von weniger Freiheitsgraden), die genau so von der Frequenz der Schwingungen abhängt wie bei den Elektronen, erhalten wir das Resultat, daß bei nicht zu hohen Temperaturen nur ein Bruchteil aller Atome sich in Schwingungen befindet. Zu deren spezifischen Wärme kommt dann noch die pro Grad Temperaturerhöhung zu leistende Arbeit zur Loslösung weiterer Atome hinzu sowie deren kinetische und potentielle Energie der Schwingung. Dies gibt in Kalorien als Atomwärme:

$$6a + \frac{E_r M}{\mu}\frac{da}{dT} + 6T\frac{da}{dT}.$$

Wenn wir der Einfachheit halber unseren ersten Ausdruck (5) für a einführen und Gleichungen (4) und (6) benutzen, ergibt sich die Atomwärme:

$$6e^{-\frac{\beta\nu}{T}}\left(1 + \frac{\beta\nu}{T} + \frac{\beta^2\nu^2}{3\cdot T^2}\right). \qquad (9)$$

Daraus folgt in einem ziemlich großen Gebiete die Atomwärme nahezu 6, bei tiefer Temperatur oder großer Frequenz der Eigenschwingung (wie letzteres bei kleinem Atomgewicht zu erwarten ist) eine spezifische Wärme kleiner als 6.

Die Lichtquantenhypothese gibt nicht dieselbe Gleichung, aber eine von ähnlicher Art[1]. Die von Herrn Richarz außerdem herangezogene Theorie des Verschwindens von Freiheitsgraden bei niederen Temperaturen zur Erklärung der Abweichungen vom Dulong-Petitschen Gesetz[2] wird bei uns mit den Forderungen der Strahlungstheorie identisch.

2. Wir haben bisher angenommen, daß es für jeden Resonator zwei Zustände, den Schwingungszustand und den starr verbundenen Zustand gibt, und der Übergang von letzterem zu ersterem mit Arbeitsaufwand verknüpft ist. Unsere Schlüsse bleiben auch erhalten, wenn wir annehmen, daß ohne eine bestimmte

1) Herr J. Weiß machte mich auf die Analogie der Gleichungen aufmerksam.

1) A. Einstein, Ann. d. Phys. **22**, 186, 1907.
2) F. Richarz, Zeitschr. f. anorg. Chem. **58**, 158, 1908.

Übergangsarbeit stets nur ein Bruchteil der schwingungsfähigen Elektronen sich am Wärmegleichgewicht beteiligt, und dieser Bruchteil nach einem Exponentialgesetz, das Ähnlichkeit mit dem Dissoziationsgesetz hat, mit der Temperatur steigt. Dies wäre der Fall, wenn die Elektronen am Atom wie an einer reibenden Fläche ruhten. Zur Erregung der Schwingung ist dann ein bestimmter mechanischer Mindestimpuls nötig, ohne daß aber eine endliche Arbeit erfordert wird. Zur Behandlung dieses Problems reicht aber offenbar die jetzige statistische Mechanik nicht aus. Es dürften aber ähnliche Formeln wie die obigen, vielleicht auch eine größere Annäherung an die Planckschе Formel, resultieren. Der Ausdruck für die spezifische Wärme muß sich dann mehr dem Einsteinschen nähern, da in (9) bzw. der analogen Gleichung die Übergangsarbeit fortfällt. Während der Schwingung eines Elektrons selbst hat man ja eine Quasireibung durch die Strahlungsdämpfung. Vielleicht ließe sich auch die genannte Reibung auf eine scheinbare Reibung zurückführen.

Andere mit dem Vorhergehenden weniger in Zusammenhang stehende Gesichtspunkte sollen gelegentlich später mitgeteilt werden.

Freiburg i. B., 18. April 1909.

(Eingegangen 20. April 1909)

Ist die innere Strahlung an der Wärmeleitung eines Metalles wesentlich beteiligt?

Von Max Reinganum.

Es ist die Frage mehrfach aufgeworfen worden, ob die innere Wärmestrahlung in einem Metall einen merklichen Bruchteil der metallischen Wärmeleitung ausmacht. Sollte dies der Fall sein, so wäre dies von Wichtigkeit für die Theorie des Wiedemann-Franzschen Gesetzes. Denn man müßte, um zu der von der Elektronentheorie geforderten Beziehung zu kommen, von der beobachtbaren Wärmeleitfähigkeit eines Metalls nicht nur den Anteil der nichtmetallischen Wärmeleitung[1]), sondern auch noch den Strahlungsanteil abziehen[2]).

Die Berechnung des letzteren soll im folgenden durchgeführt werden. Da bei Zimmertemperatur die Wärmestrahlung eines Metalls praktisch ganz auf die Schwingungsfrequenzen fällt, bei denen nach den Versuchen von Hagen und Rubens die galvanische Leitfähigkeit noch die von der Maxwellschen Theorie geforderte ist, so ist daher der Brechungsexponent des Metalls bekannt und die Strahlungsintensität im Innern läßt sich angeben. Da ferner auch der Absorptionskoeffizient nach derselben Theorie bekannt ist, so läßt sich die bei einem Temperaturgefälle den Querschnitt im ganzen nach einer Richtung passierende Energie, d. h. die Wärmeleitung durch Strahlung, finden. Das Resultat gilt dann auch für höhere Temperaturen, da die Theorie Anhaltspunkte gibt, daß mit steigender Temperatur die Gültigkeit der Maxwellschen Gleichungen zu höheren Frequenzen heraufrückt. — Dies kann auch aus den Resultaten der Arbeit von E. Aschkinaß: Die Wärmestrahlung der Metalle (Ann. d. Phys. 17, 960, 1905), gefolgert werden.

Eine nicht ganz streng bewiesene Annahme in der Rechnung müssen wir jedoch machen und sei als solche hervorgehoben. Es ist bekannt (Kirchhoff, Clausius), daß die Strahlungsintensitäten in zwei Medien bei Wärmegleichgewicht sich wie die Quadrate der Brechungsexponenten der Medien verhalten. Die Beweise hierfür sind jedoch bisher nur für schwach absorbierende Medien geführt. Die von Herrn Planck (Vorlesungen über die Theorie der Wärmestrahlung, Leipzig 1906) S. 35—37 gegebene Beweisart z. B. dürfte bei metallisch reflektierenden Medien nicht mehr für beliebigen Einfallswinkel Geltung haben. Nun können wir uns aber gerade in dem letztgenannten Beweis auch auf nahezu senkrechte Inzidenz beschränken. Dann gilt bekanntlich (nach den Versuchen über die Brechung von Metallprismen mit sehr kleinem brechenden Winkel) mit hinreichender Genauigkeit das Brechungsgesetz. Folglich erhalten wir für diesen Fall die letzte Gleichung der S. 36 bei Herrn Planck. Nun können wir weiter bei Annahme des Helmholtzschen Reziprozitätsgesetzes schließen (statt dieses aus der genannten Gleichung abzuleiten), daß die linke Seite derselben gleich Eins sein muß. Daraus folgt aber sofort das Gesetz, daß die Strahlungsintensitäten (für nahezu senkrecht einfallendes Licht) sich wie die Quadrate der Brechungsexponenten verhalten. Für das Gebiet der Gültigkeit der Maxwellschen Theorie fällt bei der Reflexion elliptische Polarisation fort, und es dürfte der Brechungskoeffizient vom Einfallswinkel unabhängig sein. Wir nehmen daher an, daß die Strahlungsintensität auch im Metall im Verhältnis n^2, gegenüber dem Vakuum vergrößert ist, wobei n, den

1) J. Königsberger, diese Zeitschr. **8**, 237, 1907.

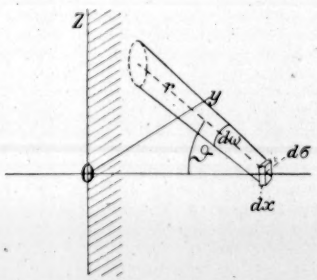
2) Nach Fertigstellung und Absendung des Manuskripts teilte mir Herr E. Riecke gesprächsweise freundlichst mit, daß er den Anteil der Strahlung auf Grund der von A. Schuster gegebenen Differentialgleichung (Phil. Mag. (6) **5**, 243, 1903) bereits geschätzt hat (s. Vortrag, gehalten auf der Meraner Naturforscherversammlung: Über die Elektronentheorie des Galvanismus. Jahrb. d. Radioakt. u. Elektronik **3**, 34, 1906). Dieses hatte ich übersehen. Die dort zu Grunde gelegte Schustersche Ableitung macht gewisse Vernachlässigungen (s. J. Königsberger, Ann. d. Phys. **12**, 342, 1903), und die Mitteilung unserer genaueren Rechnung, bei der zudem die Maxwellschen Gleichungen zu Grunde gelegt werden, ist vielleicht nicht unwillkommen, wenn sie auch qualitativ zu einem ähnlichen Resultat führt, wie das von Herrn Riecke.

Brechungsexponent für die Schwingungszahl ν bezeichnet, stellen aber doch den Satz noch als vorläufig und als wichtiges zu lösendes Problem hin.

Da wir zu dem Schluß kommen werden, daß die innere Wärmestrahlung im Metall von viel kleinerer Größenordnung ist als die Wärmeleitung, so kann auch eine beträchtliche Nichterfüllung des Satzes an diesem unserem Resultat nichts ändern.

Wir benutzen die Bezeichnungsweise des genannten Werkes von Planck, das wir mit dem Namen des Verfassers abgekürzt zitieren, andererseits verwenden wir die Gleichungen in Drudes Physik des Äthers (Stuttgart 1894).

Es bestehe ein Wärmefluß in einem allseitig sehr ausgedehnten Metall in Richtung der x-Achse, und zwar sollen Normalebenen zur x-Achse sich auf gleicher Temperatur befinden [1]). Den Schnittpunkt einer der Normalebenen mit der x-Achse machen wir zum Nullpunkt des Koordinatensystems (s. Figur). ε_ν sei der Emis-



sionskoeffizient der Volumeinheit in der Bedeutung bei Planck (Gleichungen (1) und (2)). Wie ε_ν, sei auch der Absorptionskoeffizient a, (s. Planck, Gl. (4)) nicht nur Funktion der Schwingungszahl ν, sondern auch im allgemeinen Fall der absoluten Temperatur T. Wir betrachten nun diejenige von einem auf der x-Achse gelegenen Volumelemente $dx\,dy\,dz = dx \cdot d\sigma = d\tau$ emittierte Strahlungsmenge, die durch die yz-Ursprungsebene hindurchgeht. Das Volumelement $d\tau$ denke man sich sehr klein, insbesondere seine Dicke dx so gering, daß von der von ihm ausgesandten Strahlung kein merklicher Bruchteil in ihm selbst absorbiert wird. Die Strahlung in der Zeiteinheit, die unter dem kleinen Öffnungswinkel $d\omega$ ausgestrahlt wird, ist dann, soweit sie den Schwingungszahlen ν bis $d\nu$ angehört (s. Planck, Gl. (1)):

$$2 \cdot \varepsilon_\nu \cdot d\sigma \cdot dx \cdot d\omega \cdot d\nu .$$

Die Mittellinie dieses Kegels habe bis zur yz-Ebene die Länge r. Durch die Grundebene geht also die Strahlung hindurch.

$$d\sigma\, dx\, d\omega\, d\nu \cdot 2\, \varepsilon_\nu\, e^{-\int_0^r a\, dr} \qquad (1)$$

Wir müssen im Exponenten das Integral statt $a\,r$ schreiben, da a Funktion von r (direkt von x bezw. T) ist. Wir führen Polarkoordinaten ein, indem wir den Winkel von r mit der negativen x-Achse (Polardistanz) mit ϑ, das Azimut von r mit φ bezeichnen.

$$d\omega = \sin\vartheta\, d\vartheta\, d\varphi ,$$

$$\int_0^r a\, dr = \int_0^x \frac{a\, dx}{\cos\vartheta} .$$

Einsetzen in (1) und Integration nach φ ergibt:

$$4\pi\, d\sigma\, dx \cdot \varepsilon_\nu \cdot d\nu \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\vartheta \cdot e^{-\int_0^x \frac{a\, dx}{\cos\vartheta}} \cdot d\vartheta , \qquad (2)$$

wobei wir die Integration nach ϑ gleichzeitig angedeutet haben. Integration über $\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} d\sigma$, ergibt die ganze von der unendlich ausgedehnten Platte der Dicke dx ausgehende Strahlung, soweit sie die unendlich ausgedehnte yz-Ursprungsebene passiert. Da mit wachsenden r die Strahlungsmenge nach der Exponentialform verschwindet, so ist die Ursprungsebene ebenso groß zu denken, als die emittierende unendlich ausgedehnte Platte. Die Strahlung durch die Flächeneinheit erhalten wir daher, indem wir mit $\int_{-\infty}^{+\infty}\int_{-\infty}^{+\infty} d\sigma$ dividieren. Es ergibt sich also, indem wir gleichzeitig über alle Schichten von $x = 0$ bis $x = +\infty$ summieren, die Strahlung durch die Flächeneinheit von rechts nach links (pro Zeiteinheit) zu:

$$4\pi\, d\nu \int_0^{+\infty} \varepsilon_{\nu,x} \cdot dx \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin\vartheta \cdot e^{-\int_0^x \frac{a\, dx}{\cos\vartheta}} \cdot d\vartheta . \qquad (3)$$

Die Temperatur soll im Koordinatenursprung den Wert T_0 haben und linear von x abhängen, und zwar so, daß sie mit wachsenden x steigt. Also:

$$T = T_0 + x \frac{\partial T}{\partial x} .$$

Wir entwickeln ε ferner in eine Reihe

$$\varepsilon_{\nu,x} = \varepsilon_{\nu,0} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial T} \frac{dT}{dx} x .$$

Dieselbe brechen wir mit dem zweiten Glied ab, da in stark absorbierenden Medien, wie Metallen, nur kleine x in Betracht kommen

1) Die Differentialgleichung für den Fall beliebiger Temperaturverteilung hat Herr J. Königsberger (Ann. d. Phys., l. c.) gegeben.

können, innerhalb deren das Ansteigen von ε mit der Temperatur als linear betrachtet werden kann. Außerdem dürfen höhere Potenzen von $\frac{\partial T}{\partial x}$ als die erste in der Wärmeleitungskonstante nicht vorkommen. Wir entwickeln auch α (das natürlich eine viel schwächere Temperaturfunktion ist als ε) in eine Reihe

$$\alpha_x = \alpha_0 + \frac{\partial \alpha}{\partial T}\frac{dT}{dx}x,$$

wobei das zweite Glied klein gegen das erste ist.

Man erhält für den Wärmestrom von rechts nach links, wenn man die Integralzeichen zunächst wegläßt, aber im Exponenten integriert:

$$4\pi\, d\nu\, dx\left(\varepsilon_{\nu,0} + \frac{\partial \varepsilon}{\partial T}\frac{dT}{dx}x\right)e^{-\frac{\alpha_0 x}{\cos\vartheta}} \cdot e^{\frac{-1}{\cos\vartheta}\frac{d\alpha}{dT}\frac{dT}{dx}\frac{x^2}{2}} \cdot \sin\vartheta\, d\vartheta.$$

Von dem symmetrisch zur Grundebene gelegen Volumelement geht die Strahlung von links nach rechts:

$$4\pi\, d\nu\, dx\left(\varepsilon_{\nu,0} - \frac{\partial \varepsilon}{\partial T}\frac{dT}{dx}x\right)e^{-\frac{\alpha_0 x}{\cos\vartheta}} \cdot e^{+\frac{1}{\cos\vartheta}\frac{d\alpha}{dT}\frac{dT}{dx}\frac{x^2}{2}} \cdot \sin\vartheta\, d\vartheta.$$

Also geht im ganzen von rechts nach links, indem man den letzten Ausdruck von dem vorhergehenden abzieht, Glieder höherer Ordnung in $\frac{dT}{dx}$ durch Entwickeln der zweiten Exponenten in eine Reihe und Abbrechen derselben nach dem zweiten Glied vernachlässigt und die Integralzeichen einführt:

$$8\pi \int_{\nu=0}^{\infty}\int_{x=0}^{\infty}\int_{\vartheta=0}^{\frac{\pi}{2}} \left[x\frac{d\varepsilon_\nu}{dT}e^{-\frac{\alpha_0 x}{\cos\vartheta}} \cdot \sin\vartheta - \frac{x^2}{2}\varepsilon_{\nu,0}\frac{d\alpha_0}{dT}e^{-\frac{\alpha_0 x}{\cos\vartheta}} \cdot \operatorname{tg}\vartheta\right] d\nu\, dx\, d\vartheta \qquad (4)$$

Wir behandeln zunächst die Integration nach ϑ, und zwar des ersten Teils der Klammer. Man setze

$$\frac{\alpha_0 x}{\cos\vartheta} = y$$

und erhält:

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-\frac{\alpha_0 x}{\cos\vartheta}} \cdot \sin\vartheta\, d\vartheta = \int_0^1 e^{-\frac{\alpha_0 x}{\cos\vartheta}} \cdot d\cos\vartheta = = \alpha_0 x \int_{\alpha_0 x}^{\infty} \frac{e^{-y}}{y^2}\, dy = \left(\frac{e^{-\alpha_0 x}}{\alpha_0 x} + li\, e^{-\alpha_0 x}\right)\alpha_0 x,$$

wobei *li* den Integrallogarithmus bedeutet. Setzt man jetzt $x = \frac{z}{\alpha_0}$ und substituiert diesen Ausdruck auch in (4), so erhält man für den gesuchten Teil

$$8\pi \int_0^{\infty} \frac{1}{\alpha_{\nu,0}^2}\frac{d\varepsilon_\nu}{dT}\, d\nu \int_0^{\infty} \left(z\, e^{-z} + z^2\, li\, e^{-z}\right) dz. \qquad (5)$$

Nun ist

$$\int_0^{\infty} z\, e^{-z}\, dz = 1.$$

Der Wert von $\int_0^{\infty} z^2\, li\, e^{-z} \cdot dz$, der den Integrallogarithmus enthält, ist in den bekannten Tabellen von Bierens de Haan nicht angegeben, daselbst befindet sich nur die Formel für einen Exponenten von z zwischen Null und Eins (Tafel 402, Gl. 3). Durch partielle Integration ist aber leicht zu finden:

$$\int_0^{\infty} z^2\, li\, e^{-z}\, dz = \frac{-\Gamma(3)}{3} = \frac{-2}{3}$$

genau wie für $0 \leq p \leq 1$.

Das Integral mit der geschweiften Klammer wird daher im ganzen $^1/_3$, und wir erhalten als ersten Teil von (5):

$$\frac{8\pi}{3}\int_0^{\infty} \frac{d\varepsilon_\nu}{\alpha_{\nu,0}^2\, dT}\, d\nu. \qquad (6)$$

Dies stellt die ganze Wärmeleitung durch Strahlung dar, wenn der Absorptionskoeffizient nicht von der Temperatur abhängt.

Im anderen Fall haben wir noch zu behandeln:

$$\int_0^{\infty}\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^2 e^{-\frac{\alpha_0 x}{\cos\vartheta}}\frac{\sin\vartheta}{\cos\vartheta}\, dx\, d\vartheta = \int_0^{\infty} x^2\, dx \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-\frac{\alpha_0 x}{\cos\vartheta}}\frac{\sin\vartheta}{\cos\vartheta}\, d\vartheta.$$

Wir setzen

$$\frac{\alpha_0 x}{\cos\vartheta} = y$$

und erhalten

$$\int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{-\frac{\alpha_0 x}{\cos\vartheta}} \cdot \frac{\sin\vartheta}{\cos\vartheta}\, d\vartheta = \int_{\alpha_0 \cdot x}^{\infty} \frac{e^{-y}}{y}\, dy = -li\, e^{-\alpha_0 x}.$$

Das Doppelintegral wird daher, wenn $\alpha_0 x = z$

$$-\frac{1}{\alpha_0^3}\int_0^{\infty} z^2\, li\, e^{-z}\, dz = +\frac{2}{3\,\alpha_0^3}.$$

Also wird das ganze zweite Glied des von Strahlung herrührenden Wärmeleitungskoeffizienten

$$-\frac{8\pi}{3}\int_0^\infty \frac{\varepsilon_{\nu,0}}{a_\nu^3}\cdot\frac{da_\nu}{dT}\,d\nu$$

und die Summe:

$$\frac{8\pi}{3}\left[\int_0^\infty \frac{1}{a_\nu^3}\frac{d\varepsilon_\nu}{dT}\,d\nu-\int_0^\infty \frac{\varepsilon_{\nu,0}}{a_\nu^3}\frac{da_\nu}{dT}\,d\nu\right]. \qquad (7)$$

Bezeichnet n_ν den Brechungskoeffizienten des Metalls und K_ν die Strahlungsintensität im Vakuum, $K_{M,\nu}$ diejenige im Metall, so ist [s. Planck, Gl. (42)], jedoch mit der eingangs erwähnten Unsicherheit:

$$\frac{\varepsilon_\nu}{a_\nu}=K_{\nu,M}=n_\nu^2\cdot K_\nu,$$

$$\varepsilon_\nu=a_\nu n_\nu^2 K_\nu,$$

$$\frac{d\varepsilon_\nu}{dT}=a_\nu n_\nu^2\cdot\frac{dK_\nu}{dT}+K_\nu\cdot a_\nu\cdot\frac{dn_\nu^2}{dT}+K_\nu n_\nu^2\frac{da_\nu}{dT}$$

und durch Einsetzen in (7)

$$\frac{8\pi}{3}\left[\int_0^\infty \frac{n_\nu^2}{a_\nu}\frac{dK_\nu}{dT}\,d\nu+2\int_0^\infty \frac{K_\nu\cdot n_\nu}{a_\nu}\frac{dn_\nu}{dT}\,d\nu\right]. \qquad (8)$$

Das zweite Glied von (7) bringt also einen bei der Spaltung von $\frac{d\varepsilon_\nu}{dT}$ auftretenden Term des ersten Gliedes zum Verschwinden, weshalb wir von vornherein den Temperaturkoeffizienten von a nicht vernachlässigt haben, da er sich exakt heraushebt.

Nach Planck (Gl. 232) ist nun

$$\mathfrak{K}_\nu=\frac{h\nu^3}{c^2}\cdot\frac{1}{e^{\frac{h\nu}{kT}}-1},$$

$$h=6{,}548\cdot 10^{-27}\ \text{erg}\cdot\text{sec},$$
$$k=1{,}346\cdot 10^{-16}\ \text{erg/grad}.$$

Also:

$$\frac{d\mathfrak{K}_\nu}{dT}=\frac{h^2\cdot\nu^4}{c^2k\cdot T^2\left(e^{\frac{h\nu}{kT}}+e^{-\frac{h\nu}{kT}}-2\right)}. \qquad (9)$$

Nach Drude (Physik des Äthers) ist ferner (ib. Gl. (68) S. 575) mit Beibehaltung unserer bisherigen Bezeichnungen

$$n_\nu=k_\nu=\sqrt{\frac{\sigma\cdot c^2}{\nu}}, \qquad (10)$$

wobei wir die magnetische Permeabilität μ gleich Eins setzen.

In dieser Gleichung bedeutet σ die elektromagnetisch gemessene Leitfähigkeit, c die Lichtgeschwindigkeit. Der Drudesche Absorptionskoeffizient k_ν hängt mit dem unsrigen a_ν durch die Gleichung zusammen (nach Drude, S. 572, Gl. (60), wenn man das Quadrat dieses Ausdrucks nimmt, um ihn statt auf Amplitude auf Energie zu beziehen, also den dortigen Exponenten mit 2 multipliziert):

$$\frac{4\pi k\cdot\nu}{c}=a_\nu.$$

Daher ist

$$a_\nu=4\pi\sqrt{\sigma\cdot\nu}. \qquad (11)$$

Das zweite Glied der eckigen Klammer von (8) ist immer Null oder negativ, da die elektrische Leitfähigkeit bei Metallen nicht mit der Temperatur zunimmt und somit $\frac{dn_\nu}{dT}$ nach (10) negativ ist. Wir erhalten also einen oberen Grenzwert der Energieübertragung durch Strahlung, wenn wir nur das erste Glied berücksichtigen[1]). Einsetzen der Werte von n_ν, a_ν und $\frac{d\mathfrak{K}_\nu}{dT}$ ergibt bei Beibehaltung nur des ersten Gliedes:

$$\frac{2}{3}\sigma^{1/2}\frac{h^2}{kT^2}\int_0^\infty \frac{\nu^{5/2}\,d\nu}{e^{\frac{h\nu}{kT}}+e^{-\frac{h\nu}{kT}}-2}.$$

Die Substitution

$$\frac{h\nu}{kT}=z$$

ergibt

$$\frac{2\cdot k^{5/2}\,T^{3/2}\cdot\sigma^{1/2}}{3\cdot h^{3/2}}\int_0^\infty \frac{z^{5/2}\,dz}{2\cosh z-2},$$

als die letzte auszuführende Integration. Es bedeutet hierin

$$\cosh z=\frac{e^z+e^{-z}}{2}$$

den Cosinus hyperbolicus.

Von $z=0$ bis $z=10$ wurde das Integral graphisch, sowie auch durch Abwägen ausgewertet und für die cosh die Tabelle bei Byerly (Fouriers Series etc. Boston) benutzt. Für größere z ($e^z>11000$) wurde e^{-z} und 2 im Nenner vernachlässigt und das bleibende Integral durch partielle Integrationen auf das Wahrscheinlichkeitsintegral

$$\int_{3{,}162}^\infty e^{-t^2}\cdot dt$$

reduziert. (Die untere Grenze 3,162 entspricht $z=10$). Der Wert dieses Integrals wurde der Tafel von Markoff (St. Petersburg 1888) entnommen. Als Wert des Gesamtintegrals erhält man auf diese Weise 4,46 mit einer Unsicherheit von wohl weniger als 1 Proz. Dies, und

1) Abhängigkeit des n_ν von T und damit von x verursacht zudem gekrümmte Strahlungskegel, sowie teilweise Reflexionen im Innern. Beides wird nur streng Null, solange n_ν nicht von T abhängt. Unsere Ableitung gilt daher, wegen (10), nur für solche Metalle bezw. Legierungen genau, bei denen die elektrische Leitfähigkeit nicht von der Temperatur abhängt. Trotzdem wird man das Resultat natürlich auch unbedenklich auf die reinen Metalle erweitern dürfen.

die Zahlenwerte von k und h eingesetzt, ergibt für die Wärmeleitung durch Strahlung als oberen Grenzwert:

$$1{,}194 \cdot T^{3/_2} \cdot \sigma^{1/_2} \frac{\text{erg}}{\text{cm} \cdot \text{sec} \cdot \text{grad}},$$

oder wenn wir die Wärmemenge in Grammkalorien messen, durch Division mit $4{,}19 \cdot 10^7$,

$$2{,}85 \cdot T^{3/_2} \cdot \sigma^{1/_2} \cdot 10^{-8} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{sec} \cdot \text{grad}}.$$

Es fällt auf, daß dieser Wärmeleitungskoeffizient proportional T ansteigt, wenn σ umgekehrt proportional T ist, während derjenige der metallischen Wärmeleitung nahezu unabhängig von der Temperatur ist. Ferner zeigt sich zwar eine einfache Beziehung zur galvanischen Leitfähigkeit, nämlich Proportionalität mit der Wurzel aus dem elektrischen Leitvermögen, das Wiedemann-Franzsche Gesetz erfordert jedoch Proportionalität mit der ersten Potenz des Leitvermögens. Zur Erklärung dieses Gesetzes kann also die Strahlung nicht herangezogen werden. Betrachten wir noch den Absolutwert, so ist der Zahlenfaktor vollends viel zu klein, um die wahre metallische Wärmeleitung zu erklären.

Für 18° C ($T = 291$) gibt nämlich unsere Formel für Silber, dessen elektrische Leitfähigkeit σ zu $62{,}5 \cdot 10^{-5}$ elektromagnetische Einheiten angenommen, als Wärmeleitungsvermögen durch Strahlung den Wert $1{,}48 \cdot 10^{-6} \frac{\text{cal}}{\text{cm} \cdot \text{erg} \cdot \text{grad}}$, während der beobachtete Wert 1,01 Einheiten beträgt.

Für Zinn ($\sigma = 8 \cdot 10^{-5}$) ergibt sich bei derselben Temperatur aus der Formel $5{,}345 \cdot 10^{-7}$, der beobachtete Wert hingegen ist 0,15.

Ebenso kommt man auch bei Legierungen (z. B. Konstantan) nicht auf die Größenordnung der Wärmeleitfähigkeit.

Ich führte auch die Rechnung zur Vereinfachung so durch, daß in (8) für n_r und α_r die Werte für das Energiemaximum eingesetzt und gleichzeitig das Stefansche Gesetz der Gesamtstrahlung eingeführt wurde. Auch so kommt man zu Zahlenwerten, die sich nur wenig von den obigen unterscheiden.

Es ergibt sich also, daß die innere Strahlung bei weitem nicht den beobachteten Wert der Wärmeleitung erklären kann, und auch als Korrekturgröße (für elektronen-theoretische Berechnungen) nicht in Betracht kommt.

Freiburg i. B., 18. April 1909.

(Eingegangen 21. April 1909.)

Zur kinetischen Gastheorie.

Von F. Cohen.

In seiner kurzen Notiz (diese Zeitschr. 10, 195, 1909) sucht Herr Max Planck eine Antikritik zu meinen Betrachtungen betreffs des H-Theorems zu liefern. Statt einer gründlichen Widerlegung meiner auf Variationsrechnung sich beziehenden Erörterungen schiebt Herr Planck ein völlig verschiedenes Problem der Differentialrechnung in den Vordergrund. Ferner wirft er mir irrtümlicherweise die stillschweigend gemachte Annahme vor, daß die Größe der Geschwindigkeitszellen $d\omega$ mit der Zeit veränderlich sei. Eine aufmerksame Nachprüfung meines Aufsatzes kann jedoch zu einer solchen Ansicht keinerlei Anlaß bieten. Wo also faktisch weder meine Betrachtungen noch die erhaltenen positiven Resultate angegriffen werden, glaube ich mich darauf beschränken zu können, Herrn Planck meinen Aufsatz „Zur statistischen Physik", welcher unmittelbar hinter seiner Notiz zum Abdruck gelangte, zur Beachtung zu empfehlen, und mich völlig mit seinen Schlußworten in genannter Notiz einverstanden zu erklären, daß „man aus dem Vorstehenden einen Anhaltspunkt für das Maß der einer solchen Kritik gegenüber gebotenen Vorsicht wird gewinnen können".

(Eingegangen 23. März 1909.)

BESPRECHUNGEN.

G. F. C. Searle, Experimental Elasticity. Cambridge, University Press 1908.

Das kleine, für Unterrichtszwecke bestimmte Handbuch enthält nach einer kurzen, klaren Darstellung der elementaren Theorie der Elastizität und ihrer wichtigsten Anwendungen in der Hauptsache eine sehr geschicke Anleitung zu selbständigen Experimenten auf diesem Gebiete mit möglichst einfachen Apparaten. Diese werden an Hand schematischer Skizzen so eingehend beschrieben, daß sie von Studierenden leicht selbst hergestellt werden können. Die Experimente betreffen vorwiegend die Bestimmung der elastischen Konstanten und zwar sowohl auf statischem, wie auch dynamischem Wege; jedes derselben ist außerdem durch ein im absoluten Maßsystem durchgerechnetes Zahlenbeispiel erläutert. Den Schluß bilden einige Hauptsätze aus der Mechanik dieser Körper, insbe-

sondere über Trägheitsmomente, welche im experimentellen Teil naturgemäß eine große Rolle spielen. Das kleine Buch kann als sehr brauchbar empfohlen werden. H. Lorenz.

E. Stöckhardt, Lehrbuch der Elektrotechnik. Zum Gebrauche beim Unterricht und zum Selbststudium. 2. umgearbeitete u. erweiterte Auflage. gr. 8. VIII u. 528 S. mit 497 Figuren. Leipzig, Veit & Comp. 1908. M. 7.50

Das Buch wendet sich nicht gerade an den Leserkreis dieser Zeitschrift, da der Verfasser in ihm die Grundlagen der Gleichstrom- und Wechselstromtechnik gibt, absichtlich unter Vermeidung jeder höheren Mathematik. Seinen Zweck: Unterricht an Maschinenbauschulen, Selbststudium mathematisch nicht ausgebildeter Maschineningenieure entspricht es in anerkennenswerter Weise durch klare Darstellung und exakte Angaben; nur wenige ältere Apparate oder Meßmethoden hätten vielleicht gegen neuere vertauscht werden können. Schwierigere Probleme der Wechselstromtechnik (Synchronmotoren, Umformer, Kommutatormotoren) sind — als der einfachen Behandlung unzugänglich — naturgemäß höchstens erwähnt. Die Ausstattung des Buches ist bei seinem Preise als recht gut zu bezeichnen. K. Simons.

H. Schmidt, Die Projektion photographischer Aufnahmen. Zweite, neu bearbeitete und bedeutend vermehrte Auflage. gr. 8. VIII u. 220 S. mit 174 Figuren im Texte. (Photographische Bibliothek. Band 13.) Berlin, G. Schmidt. 1908. M. 4.—

Der erste, weitaus größte Teil des Buches (165 von 220 S.) ist der Beschreibung von Projektionsapparaten gewidmet, wobei Verfasser besonders ausführlich auf die verschiedenen Lichtquellen eingeht. Im zweiten Teile wird die Projektion photographischer Diapositive, die Projektion stereoskopischer Bilder und die beliebiger undurchsichtiger Gegenstände besprochen. Das Buch ist durchaus populär geschrieben und kann, da der Verfasser seine eigenen technischen Erfahrungen darin niedergelegt hat, jedem, der sich mit Projektionen zu befassen hat, von Nutzen sein. Riesenfeld.

F. Natalis, Die selbsttätige Regulierung der elektrischen Generatoren. (Elektrotechnik in Einzeldarstellungen. 11. Heft.) 8. VIII u. 112 S. mit 75 Abbildungen im Text. Braunschweig, Friedrich Vieweg & Sohn. 1908. M. 4.—

Es ist nicht ersichtlich, weshalb der Titel nicht lautet „die selbsttätigen Regulatoren der elektrischen Generatoren"; denn die selbsttätige Regulierung durch Kompoundierung etc. erörtert Verfasser absichtlich laut Vorwort nicht. Das so beschränkte Thema wird eingehend mit Berücksichtigung auch neuester Konstruktionen — erst der trägen, dann der Schnellregulatoren — in klarer Weise theoretisch und experimentell behandelt. Es ist besonders mit Dank zu begrüßen, wenn dabei wieder einmal ein Stück der Arbeit ans Tageslicht kommt, welche in den Laboratorien der großen elektrischen Firmen geleistet und häufig so sorgsam behütet wird. K. Simons.

Personalien.

(Die Herausgeber bitten die Herren Fachgenossen, der Redaktion von eintretenden Änderungen möglichst bald Mitteilung zu machen.)

Habilitiert: An der Universität Bern Dr. E. Briner für physikalische Chemie, an der Universität Wien Dr. techn. R. Sanzin für Eisenbahnmaschinenwesen, an der Technischen Hochschule Danzig Dr. A. Proell für Mechanik.

Ernannt: Der Privatdozent Dr. A. Einstein in Bern zum a. o. Professor für Physik an der Universität Zürich, der Privatdozent an der Universität Gießen Dr. Kurt Brand zum a. o. Professor für physikalische Chemie an der Universität Gießen.

In den Ruhestand: Der Privatdozent für Technologie der Proteinstoffe an der Technischen Hochschule Berlin Dr. P. Junghahn.

Gestorben: Der ord. Professor der Mathematik an der Deutschen Technischen Hochschule Brünn Dr. Otto Biermann, der ord. Professor der Chemie Geheimrat Professor Dr. Heinr. Limpricht in Greifswald.

Gesuche.

Ingenieur oder Physiker

für ein Hochspannungs-Laboratorium gesucht. Hochschul- und Universitätsvorbildung erforderlich. Ausführliche Angebote mit Gehaltsansprüchen an

Allgemeine Elektrizitäts-Gesellschaft
Berlin N. 31, Brunnenstraße 107a.

Promovierter Physiker,

längere Zeit wissenschaftlich tätig, sucht Stellung als Assistent an Universität oder technischer Hochschule. Gefl. Offerten unter **S. H. # 295** an die Expedition dieser Zeitschrift.

Für die Redaktion verantwortlich Privatdozent Dr. Friedrich Krüger in Göttingen. — Verlag von S. Hirzel in Leipzig.
Druck von August Pries in Leipzig.

Have others